Chapitre 12 Vecteurs

1. Connaitre les parallélogrammes

Rappels
- Les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.
- Les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles deux à deux et de même longueur.

Pour les exercices 1 à 3, JOH est un triangle.

1. Construire le point N tel que $JOHN$ soit un parallélogramme :
a. en utilisant le compas. **b.** en utilisant un milieu.

2. Construire le point T tel que $JOTH$ soit un parallélogramme :
a. en utilisant le compas. **b.** en utilisant un milieu.

3. Construire les points A et I tels que $OHIA$ soit un parallélogramme de centre J.

2. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

Rappels
Dans un repère, $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points.
Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées $(x_I; y_I)$ avec $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$.

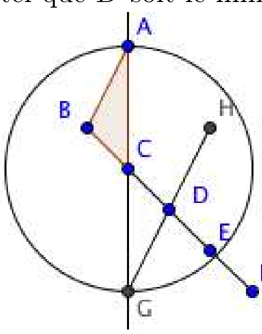
Pour les exercices 4 à 7, calculer les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.

4. **a.** $A(2;3)$ et $B(6;-1)$ **b.** $A(10;-7)$ et $B(-4;-1)$
5. **a.** $A(0;-6)$ et $B(-10;6)$ **b.** $A(-4;0)$ et $B(4;-10)$
6. **a.** $A\left(\frac{3}{4};\frac{5}{3}\right)$ et $B\left(\frac{5}{4};-\frac{2}{3}\right)$ **b.** $A\left(\frac{3}{7};\frac{17}{7}\right)$ et $B\left(\frac{11}{7};-\frac{3}{7}\right)$
7. **a.** $A\left(-\frac{1}{3};2\right)$ et $B\left(5;\frac{1}{3}\right)$ **b.** $A\left(\frac{2}{5};-5\right)$ et $B\left(-3;\frac{6}{5}\right)$

3. Reconnaître la nature d'un quadrilatère

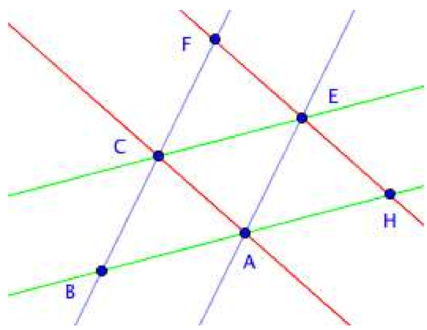
Rappels
- Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.
- Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux est un parallélogramme.

8. ABC est un triangle. D, E et F sont trois points appartenant à la droite (BC) tels que $BC = CD = DE = EF$.
Le cercle de centre C passant par le point A recoupe la droite (AC) en G.
H est le point tel que D soit le milieu de $[GH]$.



a. Déterminer la nature du quadrilatère $ABGD$. Justifier.
b. Déterminer la nature du quadrilatère $BHFG$. Justifier.
c. Déterminer la nature du quadrilatère $CHEG$. Justifier.

9. Sur la figure ci-dessous, les droites de même couleur sont parallèles.



a. Déterminer la nature du quadrilatère $ABCE$. Justifier.
b. Déterminer la nature du quadrilatère $ACFE$. Justifier.
c. Citer tous les parallélogrammes que comporte la figure.

4. Calculer la longueur d'un segment

Rappels
Dans un repère orthonormé, $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points.
La distance entre les points A et B est $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

Pour les exercices 10 à 13, déterminer la valeur exacte de la longueur AB.

10. **a.** $A(2;3)$ et $B(6;6)$ **b.** $A(3;-4)$ et $B(-5;2)$
11. **a.** $A(7;-4)$ et $B(-5;4)$ **b.** $A(-12;1)$ et $B(26;-33)$
12. **a.** $A(0;2,4)$ et $B(2,4;0)$ **b.** $A(-1;-5)$ et $B(1;5)$
13. **a.** $A\left(\frac{2}{5};-\frac{3}{5}\right)$ et $B\left(\frac{1}{5};\frac{4}{5}\right)$ **b.** $A\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$ et $B\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$

5. Connaître l'image d'un point par une symétrie centrale

Rappels
Dire qu'un point M' est le symétrique d'un point M par la symétrie de centre I revient à dire que le point I est le milieu du segment $[MM']$.

14. $ABCD$ est un parallélogramme.
a. Construire le point E, symétrique du point A par rapport au point C.
b. Construire le point F tel que B soit le symétrique du point F par rapport au point C.
c. Construire le point G tel que D soit le symétrique du point B par rapport au point G.
d. Par quelle symétrie le point C est-il le symétrique du point A ? Justifier.

6. Résoudre des équations

Rappels : Exemple de résolution d'équation du premier degré à une inconnue

$$\begin{array}{rcl}
5x-4 & = & 2x+1 \\
5x-4+4 & = & 2x+1+4 \\
5x & = & 2x+5 \\
5x-2x & = & 2x+5-2x \\
3x & = & 5 \\
\frac{3x}{3} & = & \frac{5}{3} \\
x & = & \frac{5}{3}
\end{array}$$

On note $\mathcal{S}=\{\frac{5}{3}\}$

Pour les exercices 15 à 20, résoudre l'équation.

15. **a.** $x+1=6$ **b.** $x-3=0$
16. **a.** $3x=2x+10$ **b.** $5x-1=6x$
17. **a.** $-12-x=4$ **b.** $3-y=13$
18. **a.** $5x+6=4$ **b.** $7-11x=18$
19. **a.** $8x+6=5x-21$ **b.** $x+35=4x-22$
20. **a.** $3y+6=5y-1$ **b.** $6x+10=18x+10$

7. Reconnaître un tableau de proportionnalité

Rappels
Un tableau est dit de proportionnalité lorqu'on passe des nombres de la première ligne aux nombres correspondants de la deuxième ligne en multipliant ou en divisant par un même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.
Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité car :
$\frac{15}{3}=5$ et $\frac{10}{2}=5$, on passe donc des nombres de la première ligne du tableau à ceux de la seconde en multipliant par 5.

x	3	2
y	15	10

Pour les exercices 21 à 24, dire s'il s'agit d'un tableau de proportinnalité.

21. **a.**

x	1	3
y	4	12

b.

x	1	3
y	7	20

22. **a.**

x	6	-3
y	-2	1

b.

x	5	-2
y	0,4	$-0,8$

23. **a.**

x	12	-16
y	-45	60

b.

x	15	30
y	10	20

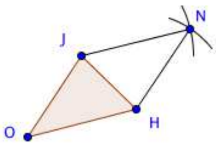
24. **a.**

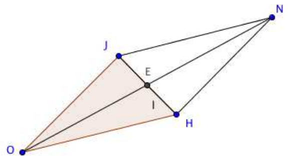
x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
y	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$

b.

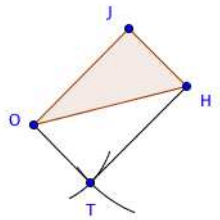
x	5	2
y	$\frac{4}{3}$	$-\frac{8}{15}$

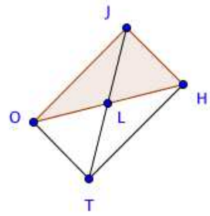
Réponses aux exercices complémentaires

1. **a.** 

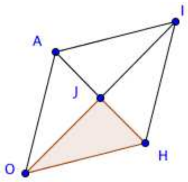
b. 

E est le milieu de $[JH]$

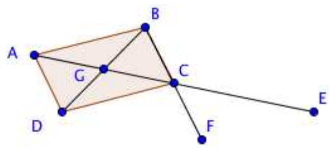
2. **a.** 

b. 

L est le milieu de $[OH]$

3. 

J est le milieu de $[AH]$ et de $[OI]$

4. **a.** $I(4;1)$ **b.** $I(3;-4)$
5. **a.** $I(-5;0)$ **b.** $I(0;-5)$
6. **a.** $I(1;0,5)$ **b.** $I(1;1)$
7. **a.** $I\left(\frac{7}{3};\frac{7}{6}\right)$ **b.** $I\left(-\frac{13}{10};-\frac{19}{10}\right)$
8. **a.** Les diagonales $[AG]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu C, $ABGD$ est donc un parallélogramme.
   b. Les diagonales $[GH]$ et $[BF]$ se coupent en leur milieu D, $BHFG$ est donc un parallélogramme.
   c. Les diagonales $[GH]$ et $[CE]$ se coupent en leur milieu D, $CHEG$ est donc un parallélogramme.
9. **a.** Les droites (AB) et (EC) d'une part et (BC) et (AE) d'autre part sont parallèles. $ABCE$ est donc un parallélogramme.
   b. Les droites (AC) et (EF) d'une part et (FC) et (EA) d'autre part sont parallèles. $ACFE$ est donc un parallélogramme.
   c. Les quadrilatères $ABCE$, $ACFE$ et $HACE$ sont des parallélogrammes.
10. **a.** $AB=5$ **b.** $AB=10$
11. **a.** $AB=\sqrt{208}=4\sqrt{13}$ **b.** $AB=\sqrt{2600}=10\sqrt{26}$
12. **a.** $AB=2,4\sqrt{2}$ **b.** $AB=2\sqrt{26}$
13. **a.** $AB=\sqrt{2}$ **b.** $AB=\sqrt{\frac{13}{9}}$
14. **a. b. c.** 

C est le milieu de $[AE]$ et de $[BF]$. G est le milieu de $[BD]$.
   d. $ABCD$ est un parallélogramme donc le milieu G de $[BD]$ est aussi le milieu de $[AC]$. Le point C est donc le symétrique du point A par la symétrie de centre G.
15. **a.** $\mathcal{S}=\{5\}$ **b.** $\mathcal{S}=\{3\}$
16. **a.** $\mathcal{S}=\{10\}$ **b.** $\mathcal{S}=\{-1\}$
17. **a.** $\mathcal{S}=\{-16\}$ **b.** $\mathcal{S}=\{-10\}$
18. **a.** $\mathcal{S}=\{-0,4\}$ **b.** $\mathcal{S}=\{-1\}$
19. **a.** $\mathcal{S}=\{-9\}$ **b.** $\mathcal{S}=\{19\}$
20. **a.** $\mathcal{S}=\{3,5\}$ **b.** $\mathcal{S}=\{0\}$
21. **a.** Oui car $\frac{4}{1}=4$ et $\frac{12}{3}=4$ **b.** Non car $\frac{7}{1}=7$ et $\frac{20}{3}\neq 7$
22. **a.** Oui car $\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{-3}=-\frac{1}{3}$ **b.** Non car $\frac{0,4}{5}=0,08$ et $\frac{-0,8}{-2}=0,4\neq 0,08$
23. **a.** Oui car $\frac{-45}{12}=-\frac{15}{4}$ et $\frac{60}{-16}=-\frac{15}{4}$ **b.** Oui car $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$ et $\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$
24. **a.** Oui car $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}$ et $\frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{6}}=\frac{2}{3}$ **b.** Non car $\frac{\frac{4}{3}}{5}=\frac{4}{15}$ et $\frac{\frac{-8}{15}}{2}=-\frac{4}{15}\neq\frac{4}{15}$