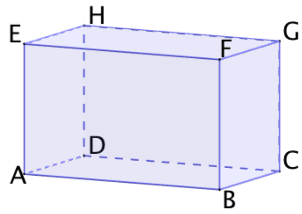
CHAPITRE 11 | Géométrie dans l'espace

1. Observer un solide représenté en perspective

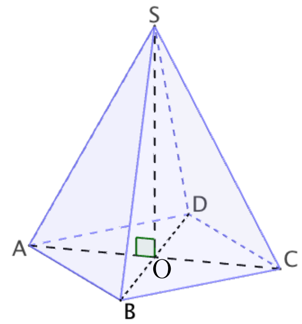
1. $ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle.
a. Préciser la nature du triangle HGC.
b. Citer deux droites parallèles à la droite (HD).
c. Citer deux droites perpendiculaires à la droite (FG).
d. Citer quatre plans contenant le point F.



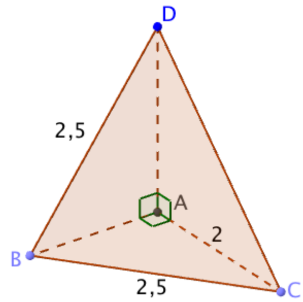
2. Déterminer un patron d'une pyramide

Rappels
Dans chaque plan de l'espace, on peut appliquer tous les théorèmes de géométrie plane.

2. $SABCD$ est une pyramide régulière de sommet S, à base carrée : ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables et sa hauteur est OS où O est le centre du carré.
Tracer un patron de cette pyramide régulière lorsque :
a. $AB = 2cm$ et $SB = 3cm$
b. $AB = 2cm$ et $SO = 5cm$
c. $AC = 4\sqrt{2}cm$ et $SO = 3cm$



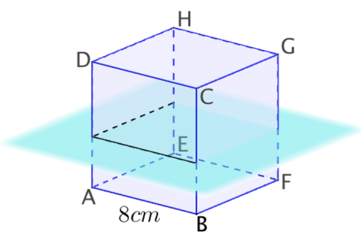
3. Tracer un patron du tétraèdre trirectangle $ABCD$ de sommet D ci-dessous.



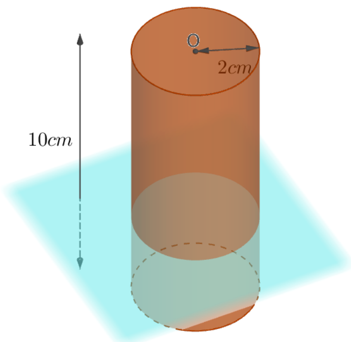
3. Représenter en vraie grandeur

4. Pour chacun des solides suivants, représenter en vraie grandeur la section par le plan.

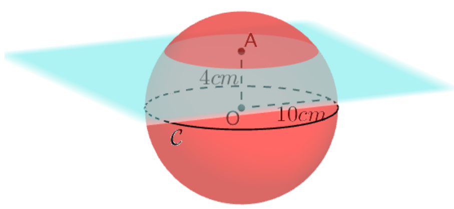
a. Plan parallèle au plan de base.



b. Plan parallèle au plan de base.



c. Plan situé à 4cm de O.



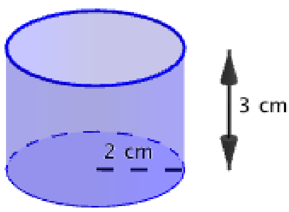
4. Calculer des volumes

Rappels

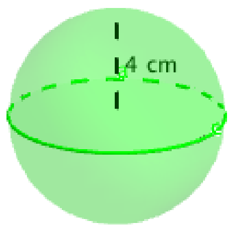
- Le volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h est $\mathcal{V} = \pi R^2 h$.
- Le volume d'une sphère de rayon R est $\mathcal{V} = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.
- Le volume d'une pyramide de hauteur h et d'aire de base $\mathcal{B}$ est $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3}\mathcal{B}h$.
- Le volume d'un cône de rayon R et de hauteur h est $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h$.

5. Calculer le volume de chaque solide représenté ci-dessous.

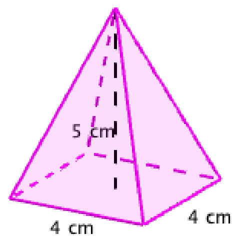
a.



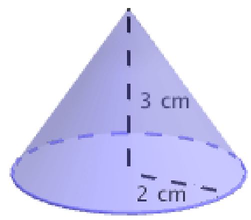
b.



c.



d.

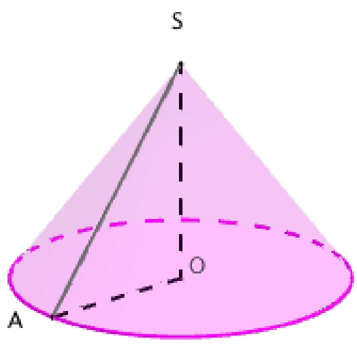


5. Calculer une longueur

Rappels

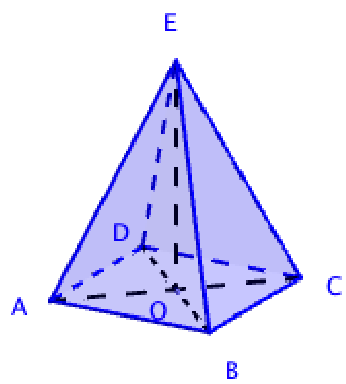
Dans chaque plan de l'espace, on peut utiliser les théorèmes connus de géométrie plane (comme par exemple le théorème de Pythagore).

6. On a représenté ci-dessous un cône de révolution de sommet S, dont la base a un rayon de 3 cm.
La génératrice $[SA]$ mesure 5 cm.



a. Calculer la longueur SO.
b. Calculer le volume, en cm^3, de cette pyramide. Donner l'arrondi à l'unité .

7. On a représenté ci-dessous une pyramide dont la base est un carré de centre O et de 4 cm de côté.
L'arête $[EA]$ mesure 6 cm.

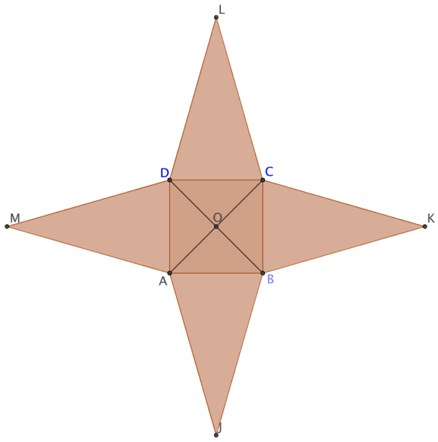


a. Calculer la longueur AO.
b. En déduire la longueur OE.
c. Calculer le volume, en cm^3, de cette pyramide. Donner l'arrondi à l'unité .

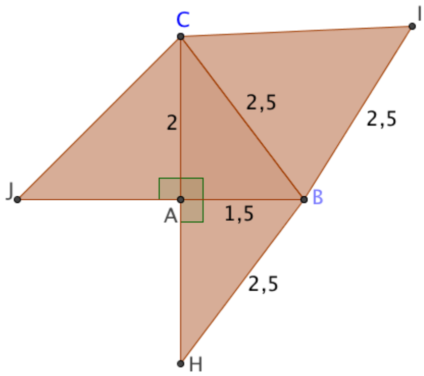
Réponses aux exercices complémentaires

1. **a.** HGC est un triangle rectangle en G.
b. (EA) et (GC).
c. (HG) et (GC).
d. (FEA), (FGC), (FHE) et (FBH).

2. Un patron de la pyramide formé d'un carré et de quatre triangles isocèles superposables est donné ci-contre avec :
a. $AB = 2cm$ et $JB = 3cm$.
b. $AB = 2cm$ et $JB = \sqrt{27}cm$ en appliquant successivement le théorème de Pythagore dans les triangles rectangles ABD puis SOB.
c. $AB = 4cm$ en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AOB et $JB = \sqrt{17}cm$ en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle SOB.



3. On détermine $AB = 1,5$ par le théorème de Pythagore. H est une des intersections de (AC) et du cercle de centre B de rayon 2,5. On en déduit J. I est une intersection du cercle de centre C de rayon CI et du cercle de centre B de rayon 2,5.



4. **a.** On construit un carré de côté 8 cm.
b. On construit un cercle de rayon 2 cm.
c. On construit un cercle de rayon AH.
On détermine le rayon AH du cercle par le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OAH rectangle en A :
$OH^2 = OA^2 + AH^2$ d'où $10^2 = 4^2 + AH^2$. Ainsi $AH^2 = 84$ et $AH = 8cm$.

5. **a.** $\mathcal{V} = 12\pi$ cm^3
b. $\mathcal{V} = \dfrac{256}{3}\pi$ cm^3
c. $\mathcal{V} = \dfrac{80}{3}$ cm^3
d. $\mathcal{V} = 4\pi$ cm^3

6. **a.** $SO = 4$ cm.
b. $\mathcal{V} = 12\pi \approx 38$ cm^3

7. **a.** $AO = 2\sqrt{2}$ cm.
b. $OE = \sqrt{28}$ cm.
c. $\mathcal{V} = \dfrac{16\sqrt{28}}{3} \approx 28$ cm^3