CHAPITRE 13 Équations de droites

1. Représenter graphiquement une fonction affine

Rappels

- Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine f est une droite.
- Pour la tracer, il suffit de choisir deux nombres réels distincts x_1 et x_2, de calculer leurs images par f et de tracer la droite passant pas les points de coordonnées $(x_1 ; f(x_1))$ et $(x_2 ; f(x_2))$.

1. Dans un repère, représenter graphiquement les fonctions affines définies par :

- $f(x) = x + 1$
- $g(x) = 3x - 1$
- $h(x) = 2x + 2$
- $j(x) = -x - 2$
- $k(x) = -2x + 3$
- $p(x) = -4x - 1$

2. Dans un repère, représenter graphiquement les fonctions affines définies par :

- $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$
- $g(x) = x + \frac{5}{2}$
- $h(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$
- $p(x) = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

2. Déterminer l'expression d'une fonction affine

Rappels

- Une fonction affine est définie par une expression de la forme $f(x) = mx + p$ où m et p sont deux nombres réels.
- En connaissant les images de deux nombres, on peut résoudre un système de deux équations pour trouver les valeurs de m et p.

3. a. Déterminer l'expression de la fonction affine f telle que $f(0) = 5$ et $f(2) = 9$.

b. Déterminer l'expression de la fonction affine h telle que $h(1) = -2$ et $h(3) = 0$.

4. a. Déterminer l'expression de la fonction affine f telle que $f(1) = 2$ et $f(2) = 5$.

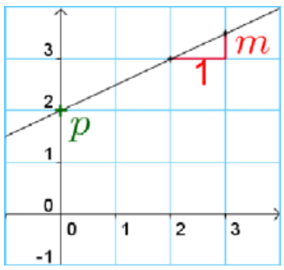
b. Déterminer l'expression de la fonction affine h telle que $h(-2) = 8$ et $h(4) = -10$.

3. Lire graphiquement les coefficients d'une fonction affine

Rappels

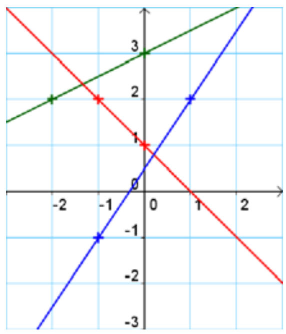
Pour la droite représentative, dans un repère, d'une fonction affine f définie par $f(x) = mx + p$:

- le nombre p est son **ordonnée à l'origine** ; la droite coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0 ; p)$;
- le nombre m est **son coefficient directeur** ; on peut le lire comme sur la figure ci-contre.



5. Pour chacune des droites verte et rouge du repère ci-contre :
a. lire graphiquement son ordonnée à l'origine et son coefficient directeur ;
b. donner l'expression de la fonction affine représentée.

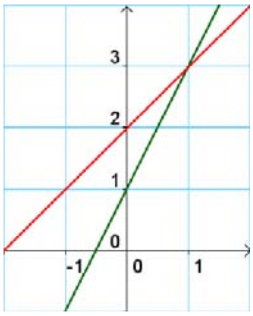
6. Pour la droite bleue du repère ci-contre :
a. lire graphiquement son coefficient directeur ;
b. déterminer son ordonnée à l'origine par le calcul.



4. Interpréter graphiquement la solution d'un système

7. On a représenté ci-dessous dans un repère, les droites représentatives des fonctions affines définies par $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = x + 2$.
Lire graphiquement la solution du système :

$$\begin{cases} y = 2x+1 \\ y = x+2 \end{cases}$$



8. f et g sont les fonctions affines définies par $f(x) = x + 1$ et $g(x) = 2x - 3$.

a. Représenter graphiquement les fonctions f et g dans un repère.
b. Lire graphiquement la solution du système : $\begin{cases} y = x+1 \\ y = 2x-3 \end{cases}$.

9. f et g sont les fonctions affines définies par $f(x) = -2x + 3$ et $g(x) = 3x - 2$.
a. Représenter graphiquement les fonctions f et g dans un repère.
b. Lire graphiquement la solution du système : $\begin{cases} y = -2x+3 \\ y = 3x-2 \end{cases}$.

5. Résoudre algébriquement un système d'équations du premier degré

Rappel
Pour résoudre un système de deux équations linéaires à deux inconnues, on se ramène à la résolution d'une équation à une inconnue en procédant par **substitution** ou par **combinaison**.

10. **(S)** est le système $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-y=-1 \end{cases}$

a. Exprimer x en fonction de y dans la deuxième équation.
b. Remplacer x par cette expression dans la première équation.
c. Terminer la résolution du système **(S)**.

11. Résoudre chaque système.
a. $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} -2x+y=3 \\ x+3y=-1 \end{cases}$

12. **(S)** est le système $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ 3x+2y=-4 \end{cases}$.

a. Additionner membre à membre les deux équations et en déduire la valeur de x.
b. Reporter cette valeur de x dans l'une des deux équations du système **(S)** et en déduire la valeur de y. En déduire la solution de **(S)**.

13. Résoudre chaque système.
a. $\begin{cases} 2y+4x=6 \\ 3x+2y=0 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} -2y+3x=2 \\ 5x-2y=0 \end{cases}$

6. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

Rappel
Dans un repère, A et B sont les points de coordonnées respectives $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$.
Les coordonnées du milieu du segment [AB] sont $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$.

Pour les exercices 14 à 16, le plan est muni d'un repère. Déterminer les coordonnées du milieu I du segment [AB].

14. A (2 ; 3) et B (–2 ; 5).

15. A (–1 ; 7) et B (–4 ; –2).

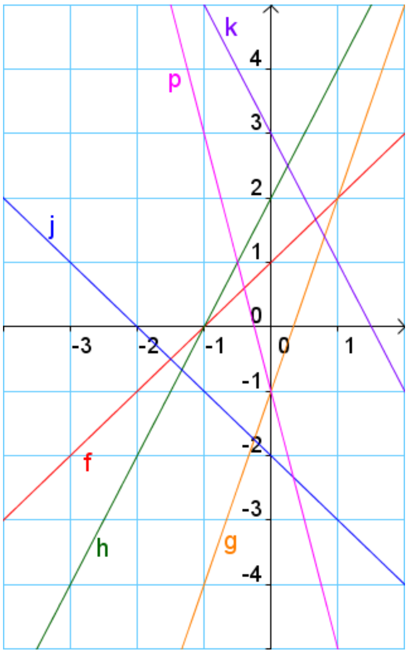
16. A (5 ; 3) et B$\left(-\dfrac{1}{2} ; \dfrac{2}{3}\right)$

17. A (5 ; 2), B (–1 ; 1), C (2 ; –1) et D (–4 ; –2) sont quatre points dans un repère.
a. Tracer une figure.
b. Calculer les coordonnées du milieu :
- du segment [AD] ;
- du segment [BC].

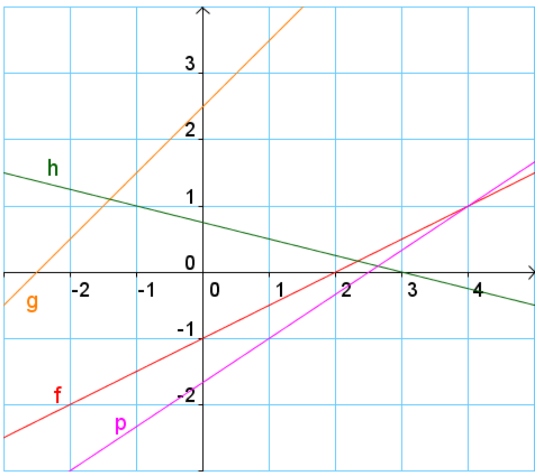
c. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?

Réponses aux exercices complémentaires

1.



2.



3. a. $p = 5$ et $2m + p = 9$ donc $m = 2$.

$f(x) = 2x + 5$

b. $m + p = -2$ et $3m + p = 0$.

$p = -2 - m$ et $3m - 2 - m = 0$.

Donc $m = 1$ et $p = -3$.

$h(x) = x - 3$

4. a. $m + p = 2$ et $2m + p = 5$.

$p = 2 - m$ et $2m + 2 - m = 5$.

Donc $m = 3$ et $p = -1$.

$f(x) = 3x - 1$

b. $-2m + p = 8$ et $4m + p = -10$.

$p = 8 + 2m$ et $4m + 8 + 2m = -10$.

Donc $m = -3$ et $p = 2$.

$h(x) = -3x + 2$

5. Droite verte : $m = \frac{1}{2}$ et $p = 3$.

Droite rouge : $m = -1$ et $p = 1$.

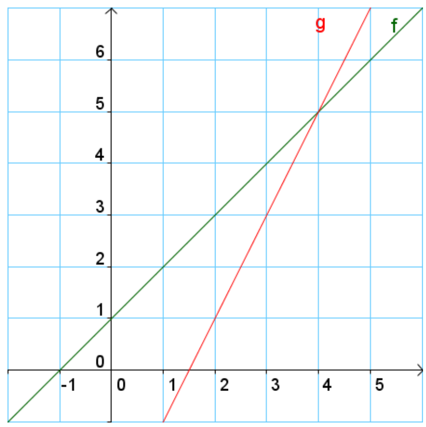
6. a. $m = \frac{3}{2}$

b. La droite bleue représente une fonction affine f telle que $f(x) = \frac{3}{2}x + p$.

Or $f(1) = 2$, donc $p = \frac{1}{2}$.

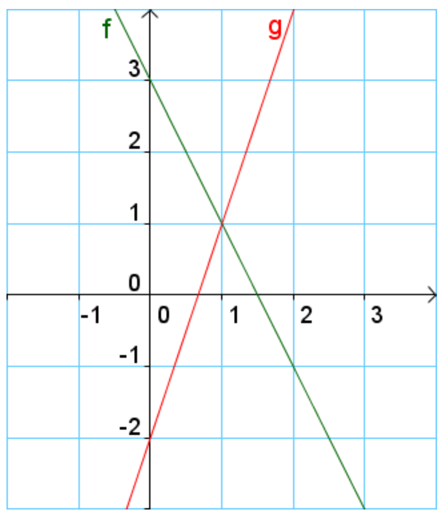
7. La solution du système est le couple (1 ; 3).

8. a.



b. La solution du système est le couple (4 ; 5).

9. a.



b. La solution du système est le couple (1 ; 1).

10. a. $x = -1 + y$

b. $2(-1 + y) + y = 3$

c. Donc $y = \frac{5}{3}$ et $x = \frac{2}{3}$.

La solution du système est le couple $\left(\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$.

11. a. La solution est le couple (3 ; 2).

b. La solution du système est le couple $\left(-\frac{10}{7};\frac{1}{7}\right)$.

12. a. $6x = 1$ donc $x = \frac{1}{6}$.

b. $3\times\frac{1}{6}+2y=-4$ donc $y=-\frac{9}{4}$.

La solution du système est le couple $\left(\frac{1}{6};-\frac{9}{4}\right)$

13. a. La solution du système est le couple (6 ; –9).

b. La solution du système est le couple (–6 ; –10).

14. $\frac{-2+2}{2}=0$ et $\frac{3+5}{2}=4$. Donc I (0 ; 4).

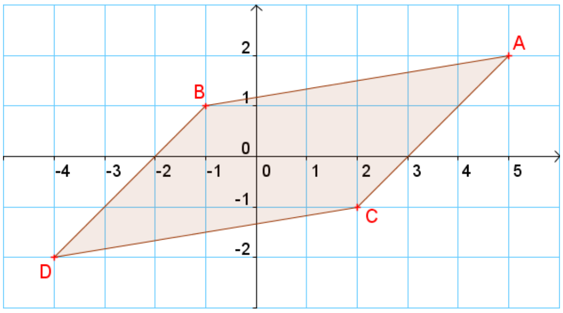
15. $\frac{-1-4}{2}=-\frac{5}{2}$ et $\frac{7-2}{2}=\frac{5}{2}$.

Donc $I\left(-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$.

16. $\frac{5-\frac{1}{2}}{2}=\frac{9}{4}$ et $\frac{3-\frac{2}{3}}{2}=\frac{11}{6}$.

Donc $I\left(\frac{9}{4};\frac{11}{6}\right)$.

17. a.



b. • $\frac{5-4}{2}=\frac{1}{2}$ et $\frac{2-2}{2}=0$. Donc le milieu de [AD] a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2};0\right)$.

• $\frac{-1+2}{2}=\frac{1}{2}$ et $\frac{1-1}{2}=0$. Donc le milieu de [BC] a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2};0\right)$.

c. Les diagonales du quadrilatère ABDC se coupent en leur milieu, donc ABDC est un parallélogramme.