

CHAPITRE 4 Fonction carré. Fonctions polynômes de degré 2

1. Calculer le carré d'un nombre

Rappels

- Le carré d'un nombre est le produit de ce nombre par lui-même. Le carré d'un nombre x est noté x^2 (lire « x au carré »).
- a désigne un nombre **positif**.

La racine carrée de a , notée \sqrt{a} , est le nombre positif dont le carré est a . Ainsi $(\sqrt{a})^2 = a$.

Pour les exercices 1 à 5, calculer à la main le carré de chaque nombre.

1. a. 3 b. 20 c. -4 d. -50

2. a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{7}{2}$ c. $\frac{4}{5}$ d. $\frac{11}{6}$

3. a. $-\frac{1}{2}$ b. $-\frac{5}{3}$ c. $-\frac{10}{7}$ d. $-\frac{6}{13}$

4. a. $\sqrt{3}$ b. $\sqrt{17}$ c. $\sqrt{35}$ d. $\sqrt{50}$

5. a. $-\sqrt{5}$ b. $-\sqrt{23}$ c. $-\sqrt{57}$ d. $-\sqrt{120}$

2. Respecter les priorités opératoires

Rappels

- Dans une suite d'additions et de soustractions (ou bien de multiplications et de divisions) on effectue les calculs de la gauche vers la droite.
- Dans une suite d'opérations où ne figurent pas des parenthèses, on calcule d'abord les puissances, puis les multiplications et divisions et enfin les additions et soustractions.
- Dans une suite d'opérations où figurent des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

6. $A = -3x^2$ où x désigne un nombre. Calculer A lorsque:

a. $x = 2$ b. $x = -5$ c. $x = -10$

7. $B = (2 - x)^2$ où x désigne un nombre. Calculer B lorsque:

a. $x = 0$ b. $x = 2$ c. $x = -11$

3. Connaître les nombres de carré donné

Rappels

a désigne un nombre positif.

Les nombres x tels que $x^2 = a$ sont les nombres \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$.

Pour les exercices 8 à 12, résoudre chacune des équations.

8. a. $x^2 = 4$ b. $x^2 = 169$ c. $x^2 = 49$

9. a. $x^2 = 16$ b. $x^2 = -16$ c. $x^2 = 0$

10. a. $x^2 = 1$ b. $x^2 = 144$ c. $x^2 = 0,25$

11. a. $x^2 = \frac{4}{9}$ b. $x^2 = \frac{36}{25}$ c. $x^2 = \frac{81}{49}$

12. a. $x^2 = \frac{3}{5}$ b. $x^2 = \frac{7}{16}$ c. $x^2 = -\frac{16}{9}$

4. Prendre des initiatives pour établir une égalité

Rappels

- $k(a + b) = ka + kb$
- $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- Pour établir une égalité $A = B$, on peut démontrer que $A - B = 0$ ou bien démontrer que $A = C$ et $B = C$.

13. Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Multiplier par -2 .
- Ajouter 5.
- Multiplier par 5.
- Écrire le résultat obtenu.

- a. Vérifier que l'on obtient 5 lorsque le nombre choisi est 2.
- b. Lorsque le nombre choisi est 3, quel résultat obtient-on ?
2. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 0 ?
3. Arthur prétend que, pour n'importe quel nombre choisi x , l'expression $(x - 5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul. A-t-il raison ?

14. Tom doit calculer $3,5^2$.

« Pas la peine de prendre la calculatrice, » lui dit Julie. « Tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25 ».

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
2. Julie propose la conjecture : quel que soit le nombre entier positif n ,
 $(n + 0,5)^2 = n(n + 1) + 0,25$
 Prouver que cette conjecture est vraie.
3. Proposer une façon simple de calculer $7,5^2$ et donner le résultat.

5. Connaître le tableur

15. Un bijoutier achète un lot de 220 perles de Tahiti. Un contrôleur qualité s'intéresse à leurs formes (ronde ou baroque) et à leurs couleurs (grise ou verte).

	A	B	C	D
1		Rondes	Baroques	Total
2	Grises			
3	Vertes			
4	Total			220

- 35 % des perles sont de couleur verte, et parmi celles-ci 13 sont de forme ronde.
 - Il y a 176 perles de forme baroque.
1. Pour obtenir le nombre de perles vertes, laquelle des formules ci-dessous doit-on saisir en D3 pour compléter cette feuille de calcul ?
 a. $=D4*1,35$ b. $220*35/100$ c. $=D4*0,35$ d. $=B3+C3$
 2. Compléter le tableau ci-dessus.

6. Utiliser des inégalités

Rappels

a, b, c, d désignent des nombres relatifs.

- Les nombres $a + c$ et $b + c$ sont rangés **dans le même ordre** que les nombres a et b .
- Lorsque $c > 0$, les nombres ac et bc sont rangés **dans le même ordre** que a et b .
 Lorsque $c < 0$, les nombres ac et bc sont rangés **dans l'ordre contraire** de a et b .

16. On sait qu'un nombre x est tel que $x \geq 10$. Que peut-on dire alors de :

- a. $5x$? b. $-4x$? c. $0,2x$? d. $-\frac{1}{2}x$?

17. On sait qu'un nombre y est tel que $y < -1$. Que peut-on dire alors de :

- a. $-y$? b. $\frac{4}{3}y$? c. $-7,5y$? d. $-\frac{5}{7}y$?

Réponses aux exercices complémentaires

1. a. 9 b. 400 c. 16 d. 2500

2. a. $\frac{1}{9}$ b. $\frac{49}{4}$ c. $\frac{16}{25}$ d. $\frac{121}{36}$

3. a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{25}{9}$ c. $\frac{100}{49}$ d. $\frac{36}{169}$

4. a. 3 b. 17 c. 35 d. 50

5. a. 5 b. 23 c. 57 d. 120

6. a. $A = -12$ b. $A = -75$ c. $A = -300$

7. a. $B = 4$ b. $B = 0$ c. $B = 169$

8. a. 2 et -2 b. 13 et -13 c. 7 et -7

9. a. 4 et -4 b. \emptyset c. 0

10. a. 1 et -1 b. 12 et -12
c. 0,5 et -0,5

11. a. $\frac{2}{3}$ et $-\frac{2}{3}$ b. $\frac{6}{5}$ et $-\frac{6}{5}$

c. $\frac{9}{7}$ et $-\frac{9}{7}$

12. a. $\sqrt{\frac{3}{5}}$ et $-\sqrt{\frac{3}{5}}$ b. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ et $-\frac{\sqrt{7}}{4}$

c. \emptyset

13. 1. a. $(2 \times (-2) + 5) \times 5 = 1 \times 5 = 5$

b. $(3 \times (-2) + 5) \times 5 = -1 \times 5 = -5$

2. Lorsque x désigne le nombre choisi, le nombre obtenu est $5(-2x + 5)$.

Or, $5(-2x + 5) = 0$ équivaut à $-2x + 5 = 0$

c'est-à-dire $x = \frac{5}{2}$.

3. Pour tout x ,

$$(x - 5)^2 - x^2 = (x - 5 + x)(x - 5 - x)$$

$$(x - 5)^2 - x^2 = (2x - 5) \times (-5)$$

$$(x - 5)^2 - x^2 = 5(-2x + 5)$$

Donc Arthur a raison.

14. 1. $3 \times 4 + 0,25 = 12 + 0,25 = 12,25$

On peut vérifier que $3,5^2 = 12,25$.

2. Pour tout n ,

$$(n + 0,5)^2 = n^2 + 2n \times 0,5 + 0,5^2$$

$$= n^2 + n + 0,25$$

$$= n(n + 1) + 0,25$$

Donc la conjecture de Julie est vraie.

3. $7 \times 8 + 0,25 = 56 + 0,25 = 56,25$

15. 1. On doit saisir la formule c.

2.

	A	B	C	D
1		Rondes	Baroques	Total
2	Grises	31	112	143
3	Vertes	13	64	77
4	Total	44	176	220

16. a. $5x \geq 50$

b. $-4x \leq -40$

c. $0,2x \geq 2$

d. $-\frac{1}{2}x \leq -5$

17. a. $-y > 1$

b. $\frac{4}{3}y < -\frac{4}{3}$

c. $-7,5y > 7,5$

d. $-\frac{5}{7}y > \frac{5}{7}$