

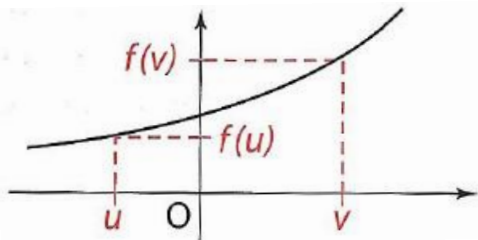
CHAPITRE 2 Étude de fonctions

1. Reconnaître le sens de variation d'une fonction

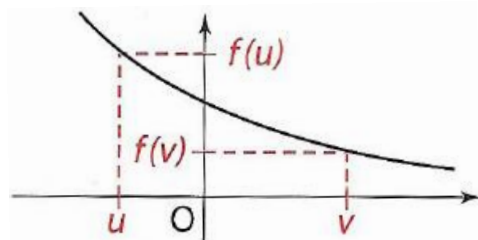
Rappels

f est une fonction définie sur un intervalle I .

- Dire que f est croissante sur I signifie que, pour tous nombres réels u et v de I ,
Si $u \leq v$, alors $f(u) \leq f(v)$.

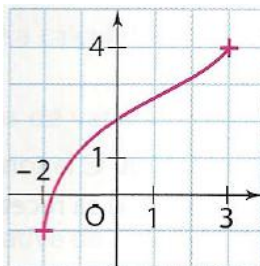


- Dire que f est décroissante sur I signifie que, pour tous nombres réels u et v de I ,
Si $u \leq v$, alors $f(u) \geq f(v)$.

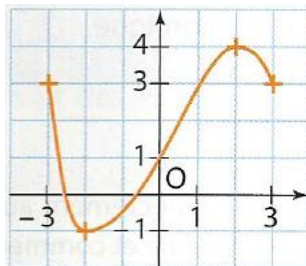


1. Dans chaque cas, dresser le tableau de variation de la fonction f définie sur l'intervalle I par la courbe tracée dans le repère.

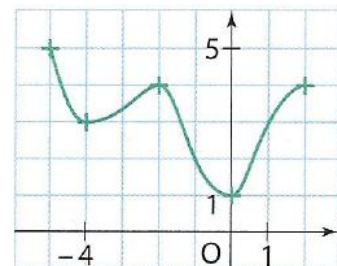
a. $I = [-2; 3]$



b. $I = [-3; 3]$



c. $I = [-5; 2]$



2. Connaître les fonctions affines

Rappels

- Une fonction affine est une fonction définie sur \mathbb{R} qui à chaque nombre réel x associe le nombre $ax + b$ où a et b sont deux nombres réels donnés.
- La fonction affine $x \mapsto ax + b$ est croissante sur \mathbb{R} lorsque $a > 0$, décroissante sur \mathbb{R} lorsque $a < 0$.
- Dans un repère la courbe représentative d'une fonction affine $x \mapsto ax + b$ est une droite d non parallèle à l'axe des ordonnées.
On dit que a est le **coefficient directeur** de d et que b est l'**ordonnée à l'origine** de d .

2. f et g sont les fonctions affines définies sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x - 5$ et $g(x) = -3x + 1$.

- Dans un repère, tracer les droites représentatives de ces deux fonctions.
- Donner le sens de variation de f , puis de g .

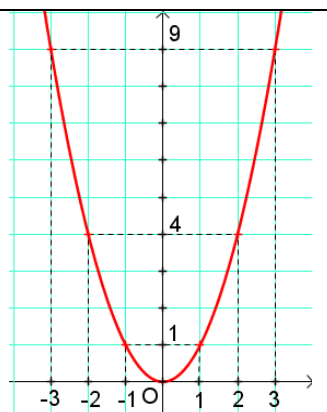
3. f et g sont les fonctions affines définies sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x + 3$ et $g(x) = -2x + 1$.

- Dans un repère, tracer les droites représentatives de ces deux fonctions.
- Déterminer algébriquement les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.

3. Connaître la fonction carré

Rappels

- La fonction définie sur \mathbb{R} , qui à tout nombre réel x associe son carré x^2 , est appelée **fonction carré**.
- La fonction $f: x \mapsto x^2$ est décroissante sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$ et croissante sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
- Dans un repère d'origine O , la courbe représentative de la fonction carré est la **parabole** de sommet O tracée ci-contre.



4. f est la fonction carré.

1. Déterminer l'image par la fonction f de :

a. 6 b. -7 c. $\frac{1}{4}$ d. $-\frac{2}{3}$ e. $\sqrt{11}$ f. $-\sqrt{3}$

2. Déterminer les antécédents éventuels par la fonction f de :

a. -4 b. 9 c. 5 d. $\frac{1}{4}$ e. 0 f. $\frac{5}{4}$

5. f est la fonction définie sur l'intervalle $[-4 ; 4]$ par $f(x) = x^2$.

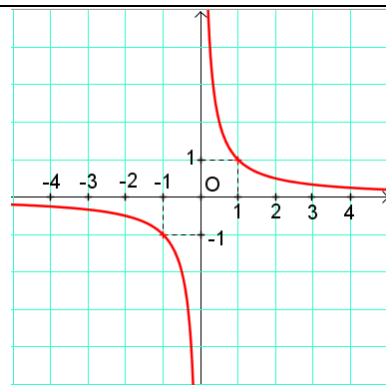
a. Dans un repère orthogonal (unités : 1 cm en abscisses et 0,5 cm en ordonnées), tracer la courbe représentative de f .

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-4 ; 4]$.

4. Connaître la fonction inverse

Rappels

- La fonction définie sur \mathbb{R}^* , qui à tout nombre réel x différent de 0 associe son inverse $\frac{1}{x}$, est appelée **fonction inverse**.
- La fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ est décroissante sur $]-\infty ; 0[$ et décroissante sur $]0 ; +\infty[$.
- Dans un repère, la courbe représentative de la fonction inverse est l'**hyperbole** tracée ci-contre.



6. f est la fonction inverse.

1. Déterminer l'écriture décimale de l'image par la fonction f de :

a. 0,25 b. -0,1 c. 8 d. -1 e. 10

2. Déterminer sous forme fractionnaire l'image par la fonction f de :

a. 9 b. -3 c. $\frac{7}{5}$ d. $-\frac{11}{6}$

7. f est la fonction inverse.

Déterminer l'antécédent par la fonction f de :

a. 0,5 b. -1,5 c. 7
d. -6 e. $\frac{4}{5}$ f. $-\frac{7}{4}$

8. f est la fonction définie sur l'intervalle

$[-10 ; -1]$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

a. Avec la calculatrice, tabuler la fonction f avec le pas 0,1. Arrondir au centième.

b. Dans un repère orthonormé (unité : 1 cm sur chaque axe), tracer la courbe représentative de la fonction f .

c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-10 ; -1]$.

9. g est la fonction définie sur l'intervalle

$[2 ; 10]$ par $g(x) = \frac{1}{x}$.

Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de g

5. Relier ordre et sens de variation

Rappels

- Deux nombres réels positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre.

$$\text{Si } 0 \leq a \leq b, \text{ alors } a^2 \leq b^2.$$

Deux nombres réels négatifs et leurs carrés sont rangés des ordres contraires.

$$\text{Si } a \leq b \leq 0, \text{ alors } a^2 \geq b^2.$$

- Deux nombres réels non nuls de même signe et leurs inverses sont rangés dans des ordres contraires.

$$\text{Si } 0 < a \leq b, \text{ alors } \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}.$$

$$\text{Si } a \leq b < 0, \text{ alors } \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}.$$

10. Comparer mentalement les deux nombres.

a. $7,52^2$ et $7,8^2$ b. $(-4,53)^2$ et $(-4,2)^2$

c. $(\sqrt{2} - 1)^2$ et $(\sqrt{2} + 1)^2$ d. $\left(\frac{24}{7}\right)^2$ et $\left(\frac{10}{3}\right)^2$

11. Dans chaque cas, donner l'information la plus précise possible sur x^2 et justifier.

a. $-2 < x < 3$ b. $x \in [4 ; 10]$

12. Comparer mentalement les deux nombres.

a. $\frac{1}{2,57}$ et $\frac{1}{2,6}$

b. $\frac{1}{-1,3}$ et $\frac{1}{-1,4}$

c. $\frac{-1}{17,1}$ et $\frac{-1}{16,9}$

d. $-\frac{1}{438}$ et $-\frac{1}{439}$

13. Dans chaque cas, donner l'information la plus précise possible sur $\frac{1}{x}$ et justifier.

a. $2 < x < 8$

b. $x \in [-5 ; -4]$

Réponses aux exercices complémentaires

1. a.

x	-2	3
$f(x)$	-1	4

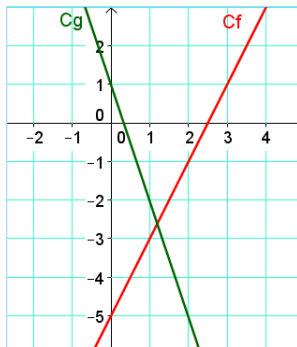
b.

x	-3	-2	2	3
$f(x)$	3	-1	4	3

c.

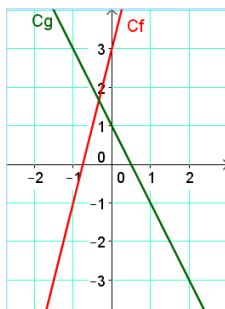
x	-5	-4	-2	0	2
$f(x)$	5	3	4	1	4

2. a.



b. f est croissante sur \mathbb{R} car $a = 2$ et $2 > 0$.
 g est décroissante sur \mathbb{R} car $a = -3$ et $-3 < 0$.

3. a.



b. L'abscisse du point d'intersection des deux droites est solution de l'équation :

$$4x + 3 = -2x + 1$$

c'est-à-dire $6x = -2$

soit $x = -\frac{1}{3}$.

L'ordonnée de ce point d'intersection est :

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = 4\left(-\frac{1}{3}\right) + 3 = \frac{5}{3}$$

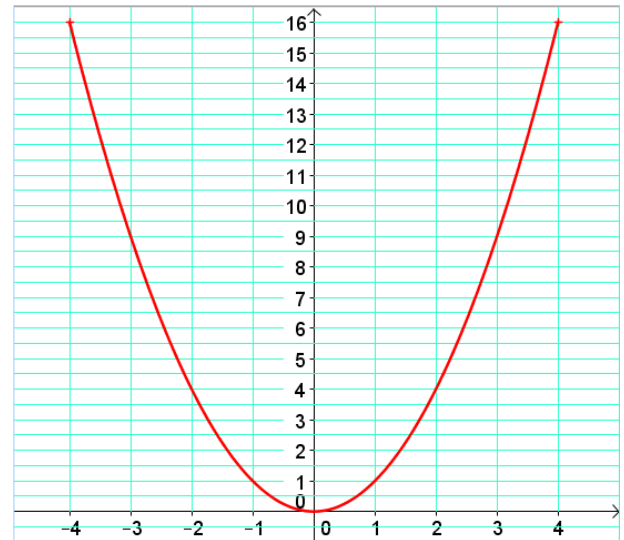
Le point d'intersection de ces deux droites a pour coordonnées $\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

4. 1. a. 36 b. 49 c. $\frac{1}{16}$ d. $\frac{4}{9}$ e. 11 f. 3

2. a. Pas d'antécédent b. 3 et -3

c. $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$ d. $\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{2}$ e. 0 f. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ et $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

5. a.



b.

x	-4	0	4
$f(x)$	16	0	16

6. 1. a. 4 b. -10 c. 0.125 d. -1 e. 0,1

2. a. $\frac{1}{9}$ b. $-\frac{1}{3}$ c. $\frac{5}{7}$ d. $-\frac{6}{11}$

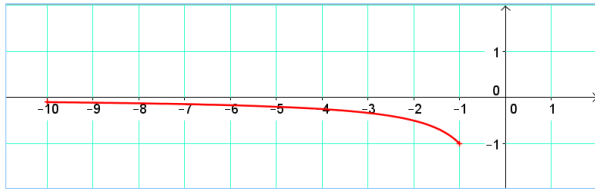
7. a. 2 b. $-\frac{2}{3}$ c. $\frac{1}{7}$ d. $-\frac{1}{6}$ e. $\frac{5}{4}$ f. $-\frac{4}{7}$

8. a.

x	-10	-9	-8	-7	-6
$\frac{1}{x}$	-0,1	-0,11	-0,13	-0,14	-0,17

x	-5	-4	-3	-2	-1
$\frac{1}{x}$	-0,2	-0,25	-0,33	-0,5	-1

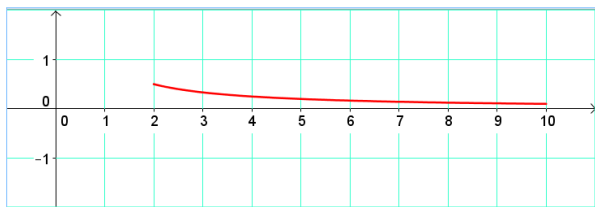
b.



c.

x	-10	-1
$f(x)$	-0,1	-1

9.



10. a. $7,52 < 7,8$.

Deux nombres réels positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre, donc $7,52^2 < 7,8^2$.

b. $-4,53 < -4,2$.

Deux nombres réels négatifs et leurs carrés sont rangés dans des ordres contraires, donc :

$$(-4,53)^2 > (-4,2)^2.$$

c. $0 < \sqrt{2} - 1 < \sqrt{2} + 1$.

Deux nombres réels positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre, donc :

$$(\sqrt{2} - 1)^2 < (\sqrt{2} + 1)^2.$$

d. $\frac{24}{7} = \frac{72}{21}$ et $\frac{10}{3} = \frac{70}{21}$ donc $\frac{24}{7} > \frac{10}{3}$.

Deux nombres réels positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre, donc :

$$\left(\frac{24}{7}\right)^2 > \left(\frac{10}{3}\right)^2.$$

11. a. Si $-2 < x < 0$, alors $0 < x^2 < 4$ car des nombres réels négatifs et leurs carrés sont rangés dans des ordres contraires.

Si $0 < x < 3$, alors $0 < x^2 < 9$ car des nombres positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre.

Conclusion : si $-2 < x < 3$, alors $0 < x^2 < 9$.

b. Si $x \in [4 ; 10]$, alors $x^2 \in [16 ; 100]$ car des nombres réels positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre.

12. a. $2,57 < 2,6$.

Deux nombres réels non nuls de même signe et leurs inverses sont rangés dans des ordres contraires, donc $\frac{1}{2,57} > \frac{1}{2,6}$.

b. $-1,3 > -1,4$.

Deux nombres réels non nuls de même signe et leurs inverses sont rangés dans des ordres contraires, donc $\frac{1}{-1,3} < \frac{1}{-1,4}$.

c. $-17,1 < -16,9$.

Deux nombres réels non nuls de même signe et leurs inverses sont rangés dans des ordres contraires, donc $\frac{-1}{17,1} > \frac{-1}{16,9}$.

d. $-438 > -439$.

Deux nombres réels non nuls de même signe et leurs inverses sont rangés dans des ordres contraires, donc $-\frac{1}{438} < -\frac{1}{439}$.

13. a. Si $2 < x < 8$, alors $\frac{1}{2} > \frac{1}{x} > \frac{1}{8}$ car des

nombres réels non nuls de même signe et leurs inverses sont rangés dans des ordres contraires.

b. Si $x \in [-5 ; -4]$, alors $\frac{1}{x} \in [-\frac{1}{4} ; -\frac{1}{5}]$ car des nombres réels non nuls de même signe et leurs inverses sont rangés dans des ordres contraires.