CHAPITRE 1 Second degré

1. Développer une expression

Rappels

Identités remarquables usuelles

a et b sont des nombres réels.

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

1. Développer et réduire chaque expression :

a. $3+x(x+5)$

b. $x-2(1+2x)$

c. $-1-3x(x-4)$

d. $-3(4x+1)(2-x)+6$

2. Développer et réduire chaque expression :

a. $(5x+2)^2-4$

b. $(3-2x)2$

c. $(2x-7)(7-2x)$

d. $(3x-5)(5+3x)$

2. Représenter graphiquement une fonction polynôme de degré 2.

Rappels

Dans un repère orthonormé du plan, la courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré est une **parabole**. La droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le sommet de la parabole est l'axe de symétrie de cette parabole.

3. f est la fonction définie par :

$$fx=-x2+2x+3$$

a. Calculer $f(0)$ et $f(2)$.

b. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction f.

c. Représenter graphiquement la fonction f.

4. f est la fonction définie par :

$fx=x+5(2x+6)$

a. Résoudre l'équation $fx=0$.

b. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction f.

c. Représenter graphiquement la fonction f.

3. Retrouver graphiquement une forme canonique

Rappels

Si une fonction du second degré f est définie par une expression de la forme $f x = a x - \alpha 2 + \beta$, alors α, β sont les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction f.

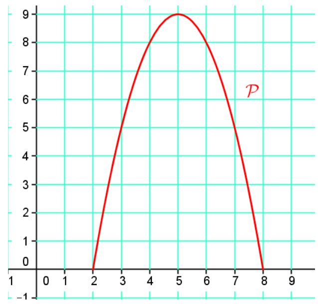
Réciproquement, si (α, β) sont les coordonnées du sommet de la parabole représentant une fonction f, alors l'expression de f est de la forme $f x = a x - \alpha 2 + \beta$.

Si $a > 0$, alors la parabole est ouverte vers le haut.

Si $a < 0$, alors la parabole est ouverte vers le bas.

5. Une arche peut être modélisée par l'arc de la parabole P comme représenté ci-contre.

À l'aide du graphique, retrouver la forme canonique de la fonction polynôme de degré 2 qu'elle représente.



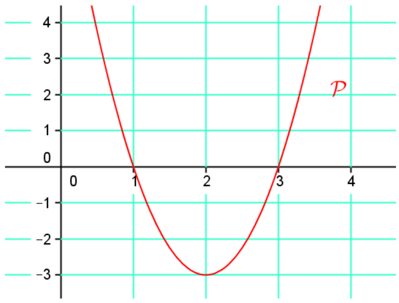
6. Parmi les quatre fonctions définies ci-dessous, identifier celle qui est représentée par la parabole ci-contre.

a. $f x = 13 x + 22 - 3$

b. $f x = 3 x - 22 + 3$

c. $f x = 13 x + 22 + 3$

d. $f x = 3 x - 22 - 3$



4. Résoudre une équation

Rappels

Si A est un nombre réel strictement positif, alors l'équation $X 2 = A$ admet deux solutions : $X = A$ et $= - A$.

7. Résoudre les équations suivantes :

a. $x + 42 = 4$

b. $1 - x 2 - 9 = 0$

c. $2 x + 52 = 25$

d. $32 - x 2 = 27$

8. Résoudre les équations suivantes :

a. $2 x + 72 = 14$

b. $1 - x 2 + 9 = 0$

c. $2 x + 32 = 4 x 2$

d. $-6 - x 2 = 4$

5. Etablir une inégalité

Rappels

Opérations et inégalités

A, B, C et k sont des nombres réels.

- Si $A \geq B$ alors $A+C>B+C$ et $A-C \geq B-C$
- Si $A \geq B$ et $k>0$ alors $kA \geq kB$
- Si $A \geq B$ et $k<0$ alors $kA \leq kB$

9. Compléter les expressions suivantes par le symbole d'inégalité qui convient :

a. Pour tout nombre réel x,

$2x-52+5\ldots5$

b. Pour tout nombre réel x,

$-3x+12+2\ldots2$

10. Dans chaque cas, justifier par une inégalité vraie pour tout nombre réel x, que l'équation n'a pas de solution.

a. $4x+32-1=-2$

b. $-2x+52+4=7$

6. Utiliser un tableau de signes

Rappels

- a et b sont des nombres réels et $a \neq 0$

Si $a<0$

x	$-\infty$		$-ba$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		$+$	0	$-$	

Si $a>0$

x	$-\infty$		$-ba$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		$-$	0	$+$	

- Un tableau de signes permet d'établir le signe du **produit** ou du **quotient** de plusieurs facteurs en appliquant la « règle des signes »
- Pour résoudre une inéquation à l'aide d'un tableau de signes, il faut d'abord la transformer pour obtenir 0 dans l'un des membres.

11.

a. Établir le tableau de signes de l'expression :

$-2x+1(3-2x)$.

b. En déduire les solutions de l'inéquation $-2x+13-2x \leq 0$.

c. Vérifier graphiquement les solutions à la calculatrice.

12.

a. Utiliser un tableau de signes pour résoudre l'inéquation :

$2-xx+1 \geq 2$.

b. Contrôler les solutions à l'aide d'une calculatrice graphique.

Réponses aux exercices complémentaires

1. a. $3+xx+5=3x+15+x2+5x$

$3+xx+5=x2+8x+15$

b. $x-21+2x=x+2x2-2-4x$

$x-21+2x=2x2-3x-2$

c. $-1-3xx-4=-x+4-3x2+12x$

$-1-3xx-4=-3x2+11x+4$

d. $-34x+12-x+6$

$=-38x-4x2+2-x+6$

$=-3-4x2+7x+2+6$

$=12x2-21x-6+6$

$=12x2-21x$

2.

a. $x+\ \ -$

$=(25x2+20x+4)-4$

$=25x2+20x$

b. $(3-2x)2=9-12x+4x2$

c. $2x-77-2x$

$=-2x-72$

$=-(4x2-28x+49)$

$=-4x2+28x-49$

d. $x-\ (\ +x)$

$=3x2-52=9x2-25$

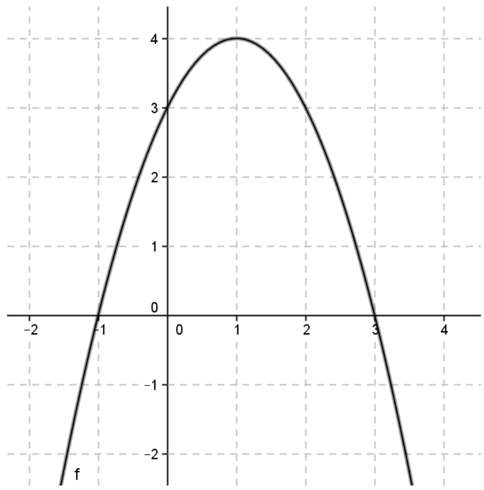
3.

a. $f0=3$ et $f2=3$.

b. Les points de la parabole d'abscisses 0 et 2 sont donc symétriques par rapport à l'axe de la parabole. L'abscisse du sommet est alors : $0+22=1$.

Son ordonnée est $f1=4$.

c.



4.

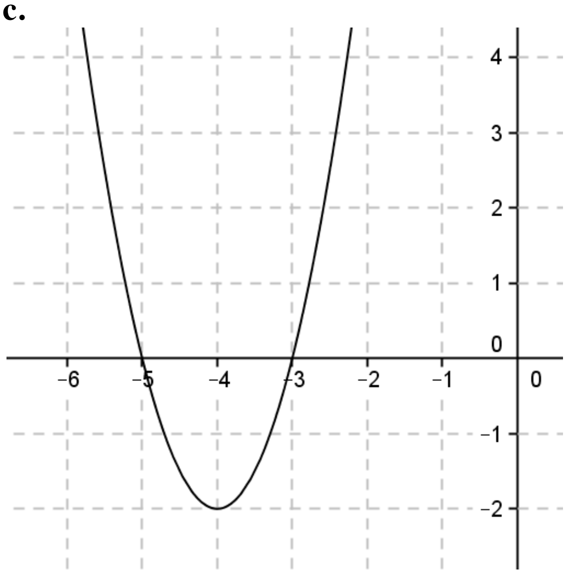
a. $fx=0$ équivaut à

$x+5=0$ ou $2x+6=0$.

L'équation a donc deux solutions : -5 et -3.

b. Comme $f-5=f(-3)$, les points de la parabole d'abscisses -5 et -3 sont symétriques par rapport à son axe. Le sommet de la parabole a donc pour abscisse $-5+-32=-4$, et pour ordonnée $f-4=-2$.

c.



5. a. Le sommet a pour coordonnées $(5;9)$, donc fx est de la forme

$ax-52+9$, où a est un nombre réel non nul.

De plus $f2=0$ donc $a-32+9=0$.

Alors $a=-1$ et $fx=-x-52+9$.

6.

Le sommet a pour coordonnées $2;-3$ donc seule la proposition d peut convenir.

7.

a. $x+42=4$ équivaut à

$x+4=2$ ou $x+4=-2$.

L'équation a donc deux solutions : -2 et -6.

b. $1-x2-9=0$ équivaut à

$1-x2=9$, soit :

$1-x=3$ ou $1-x=-3$.

L'équation admet donc deux solutions : -2 et 4.

c. $2x+52=25$ équivaut à

$2x+5=5$ ou $2x+5=-5$,

soit : $2x=0$ ou $2x=-10$.

L'équation a donc deux solutions : 0 et -5.

d. $32-x2=27$ équivaut à

$2-x2=9$, soit

$2-x=3$ ou $2-x=-3$.

L'équation a deux solutions : -1 et 5.

8.

a. $2x+72=14$ équivaut à $x+72=7$

soit : $x+7=7$ ou $x+7=-7$.

L'équation a donc deux solutions :

$-7+7$ et $-7-7$.

b. $1-x2+9=0$ équivaut à

$1-x2=-9$.

Comme pour tout nombre réel,

$1-x2\geq0$, cette équation n'a pas de solution.

c. $2x+32=4x2$ équivaut à

$4x2+12x+9=4x2$, c'est-à-dire à

$12x+9=0$.

L'équation admet une solution : -34.

d. $-6-x2=4$ n'a pas de solution car pour tout nombre réel x, $-6-x^2\leq0$.

9.

a. $2x-5^2+5\geq5$

b. $-3x+12+2\leq2$

10.

a. Pour tout nombre réel x, $4x+32\geq0$ donc

$4x+32-1\geq-1$.

L'expression ne peut donc jamais être égale à -2, ce qui signifie que l'équation

$4x+32-1=-2$ n'a pas de solution.

b. Pour tout nombre réel x, $-2x+52\leq0$ donc

$-2x+52+4\leq4$.

L'expression ne peut donc jamais être égale à 7, et par conséquent l'équation

$-2x+52+4=7$ n'a pas de solution.

11.

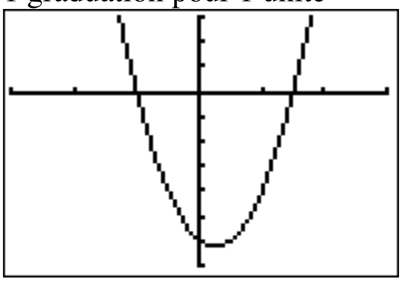
a. $px=-2x+1(3-2x)$

x	$-\infty$		-1		32		+
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$3-2x$		$+$		$+$	0	$-$	
-2		$-$		$-$		$-$	
$p(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b. $-2x+13-2x\leq0$ a pour ensemble de solutions : $[-1;32]$.

c. Les solutions sont les abscisses des points de la courbe sous l'axe des abscisses.

1 graduation pour 1 unité



12.

a. $2-xx+1\geq 2$ équivaut à

$2x+2-x2-x-2\geq 0$ qui a pour forme factorisée $x-x+1\geq 0.$

Le tableau de signes est :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$-x+1$		$+$	0	$+$		-	
x		$-$		$+$	0	$+$	
$x(-x+1)$		$-$	0	$+$	0	-	

b. L'ensemble des solutions de l'inéquation est donc [0 ; 1]

c.

1 graduation pour 1 unité