

CHAPITRE 2 Fonction racine carrée – Fonction cube

1. Manipuler des racines carrées

Rappels

- La racine carrée d'un nombre réel positif x est l'unique nombre réel positif, noté \sqrt{x} tel que $(\sqrt{x})^2 = x$.
- Si x et y sont des nombres réels positifs, alors $\sqrt{x^2} = x$ et $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$.

1. Calculer mentalement.

- a. $\sqrt{4}$ c. $\sqrt{121}$
b. $\sqrt{36}$ d. $\sqrt{49}$

2. Dans chaque cas, écrire le nombre sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b nombres entiers positifs.

- a. $\sqrt{8}$ c. $\sqrt{125}$
b. $\sqrt{18}$ d. $\sqrt{700}$

2. Utiliser un tableau de variations

Rappels

Dans le tableau de variations d'une fonction f , les flèches indiquent le sens de variation de la fonction sur chaque intervalle.

- Une flèche qui descend vers la droite indique que la fonction est **décroissante**, ce qui signifie que pour tous nombres réels a et b dans l'intervalle tels que $a < b$, $f(a) \geq f(b)$.
- Une flèche qui monte vers la droite indique que la fonction est **croissante**, ce qui signifie que pour tous nombres réels a et b dans l'intervalle tels que $a < b$, $f(a) \leq f(b)$.

3. Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10;10]$.

x	-10	-3	5	10
$f(x)$	-5	8	1	0

Dans chaque cas, si c'est possible, comparer les deux nombres donnés.

- a. $f(-9)$ et $f(-5)$ b. $f(0)$ et $f(2)$ c. $f(4)$ et $f(6)$ d. $f(-3)$ et $f(7)$

3. Connaître les fonctions affines

Rappels

- Une fonction affine est une fonction définie par une expression de la forme $f(x) = mx + p$, où m et p sont deux nombres réels.
- Dans un repère, la courbe représentative d'une fonction affine est une droite. Pour la tracer, il suffit d'utiliser l'expression de la fonction pour déterminer les coordonnées de deux points de la droite.
- Une fonction affine définie par $f(x) = mx + p$ est croissante si $m > 0$, décroissante si $m < 0$ et constante si $m = 0$.

4. Dans chaque cas, représenter la fonction affine dans un repère, puis donner son tableau de variations.

a. $f(x) = x + 2$ b. $f(x) = -2x + 3$ c. $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ d. $f(x) = -1 - 4x$

4. Connaître la fonction carrée

Rappels

- Le carré d'un nombre réel x est le nombre réel positif $x^2 = x \times x$.
- Si a et b sont deux nombres réels, alors $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

5. f est la fonction carré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$.

- a. Dresser un tableau de valeurs de la fonction f avec les valeurs entières de x entre -5 et 5.
- b. À l'aide du tableau de valeurs précédent, tracer, dans un repère, la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-5;5]$.
- c. Indiquer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5;0]$, puis sur l'intervalle $[0;5]$.

6. a et b sont deux nombres réels.

Dans chaque cas, exprimer le nombre donné en fonction de a et/ou b .

- a. $f(a+1)$
 b. $f(b-1)$
 c. $f(a+b)$
 d. $f(a-b)$
 e. $f(b-a)$
 f. $f(ab)$
 g. $f(ab+1)$

5. Connaître la fonction inverse

Rappels

- L'inverse d'un nombre réel non nul x est le nombre réel $\frac{1}{x}$.
- Si a et b sont deux nombres réels non nuls, alors $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = a + \frac{b}{ab}$ et $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{ab}$.

7. g est la fonction inverse définie sur \mathbb{R}^* par $g(x) = \frac{1}{x}$.

a. Recopier et compléter le tableau de

valeurs ci-dessous.

x	0,25	0,5	1	2	4	5
$g(x)$						

b) Dresser un tableau de valeurs de la fonction g avec les opposés des valeurs du tableau de la question précédente.

c) Tracer, dans un repère, la représentation graphique de la fonction g sur l'intervalle $[-5;5]$.

d) Indiquer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[-5;0[$, puis sur l'intervalle $]0;5]$.

8. Dans chaque cas, écrire le nombre donné sous forme de fraction.

a) $g(1)+g(2)$

b) $g(2)+g(3)$

c) $g(2)-g(3)$

d) $g(2)+g(-3)$

f) $g(5)\times g(2)$

g) $g(-5)\times g(-2)$

h) $g(-1)\times g(4)$

6. Relier ordre et sens de variation

Rappels

• La fonction carrée $x \rightarrow x^2$ est décroissante sur $] -\infty ; 0]$ et croissante sur $]0; +\infty [$.

• La fonction inverse $x \rightarrow \frac{1}{x}$ est décroissante sur $] -\infty ; 0[$ et décroissante sur $]0; +\infty [$.

9. Dans chaque cas, comparer les deux nombres réels sans les calculer.

a. 5^2 et π^2 **b.** $(-\sqrt{2}-1)^2$ et $(-\sqrt{2}+1)^2$ **c.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ et $\frac{1}{2}$ **d.** $\frac{1}{-1-\pi}$ et $\frac{1}{-2-\pi}$

Réponses aux exercices complémentaires

1.

a. $\sqrt{4}=2$

c. $\sqrt{121}=11$

b. $\sqrt{36}=6$

d. $\sqrt{49}=7$

2.

a. $\sqrt{8}=\sqrt{4 \times 2}=\sqrt{2} \times \sqrt{2}=2\sqrt{2}$

c. $\sqrt{125}=\sqrt{25 \times 5}=\sqrt{25} \times \sqrt{5}=5\sqrt{5}$

b. $\sqrt{18}=\sqrt{9 \times 2}=\sqrt{9} \times \sqrt{2}=3\sqrt{2}$

d. $\sqrt{700}=\sqrt{100 \times 7}=\sqrt{100} \times \sqrt{7}=10\sqrt{7}$

3.

a. La fonction f est croissante sur $[-10;-3]$

et $-9 < -5$ donc $f(-9) < f(-5)$.

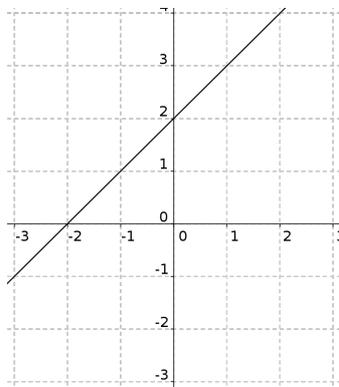
b. La fonction f est croissante sur $[-3;5]$ et $0 < 2$ donc $f(0) > f(2)$.

c. La fonction f change de sens de variation en 5, on ne peut donc pas comparer $f(4)$ et $f(6)$

d. $f(-3)$ est le maximum de la fonction f sur $[-10;10]$ $f(-3) > f(7)$.

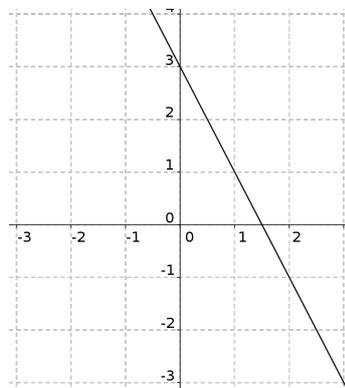
4.

a. $f(x)=x+2$



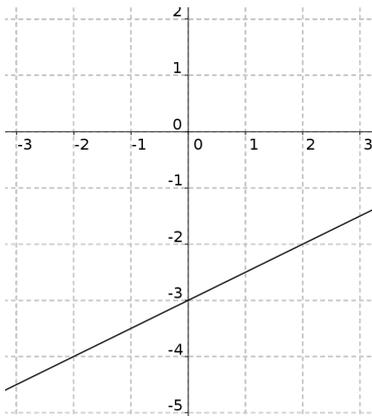
x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

b. $f(x)=-2x+3$



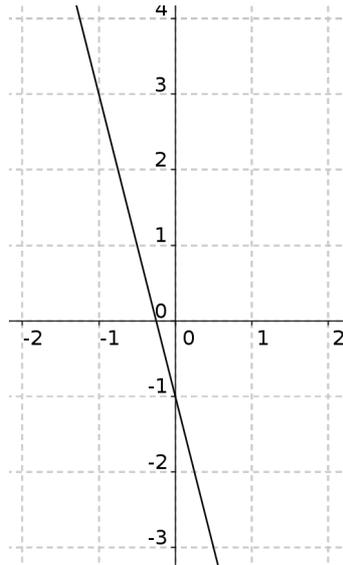
x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

c. $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$



x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

d. $f(x) = -1 - 4x$

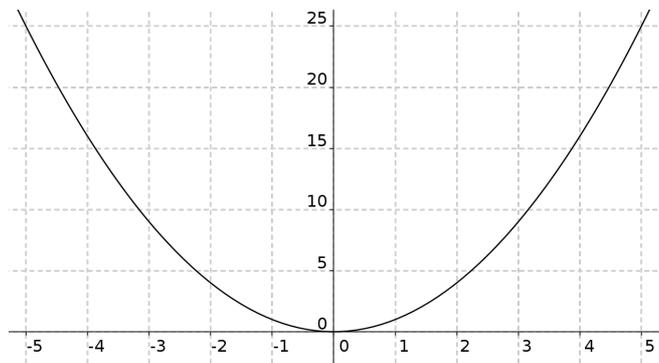


x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

5. a.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

b.



c. La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-5;0]$, puis croissante sur l'intervalle $[0;5]$.

6.

a. $f(a+1) = (a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$

b. $f(b-1) = (b-1)^2 = b^2 - 2b + 1$

c. $f(a+b) = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

d. $f(a-b) = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

e. $f(b-a) = (b-a)^2 = b^2 - 2ba + a^2$

f. $f(ab) = (ab)^2 = a^2 b^2$

g. $f(ab+1) = (ab+1)^2 = (ab)^2 + 2ab + 1 = a^2 b^2 + 2ab + 1$

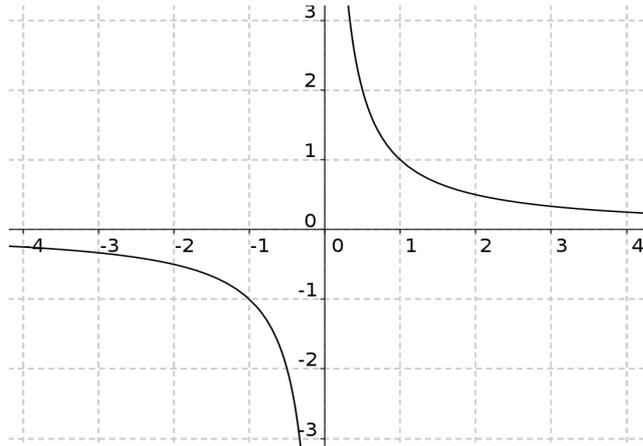
7. a.

x	0,25	0,5	1	2	4	5
$g(x)$	4	2	1	0,5	0,25	0,2

b.

x	-0,25	-0,5	-1	-2	-4	-5
$g(x)$	-4	-2	-1	-0,5	-0,25	-0,2

c.



d. La fonction g est décroissante sur l'intervalle $[-5;0[$ et sur l'intervalle $]0;5]$.

8.

a. $g(1)+g(2)=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

b. $g(2)+g(3)=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$

c. $g(2)-g(3)=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$

d. $g(2)+g(-3)=\frac{1}{2}+\frac{1}{-3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$

f. $g(5)\times g(2)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$

g. $g(-5)\times g(-2)=\frac{1}{-5}\times\frac{1}{-2}=\frac{1}{10}$

h. $g(-1)\times g(4)=\frac{1}{-1}\times\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}$

9.

a. La fonction carré est croissante sur $[0;+\infty[$ et $5>\pi>0$ donc $5^2>\pi^2$.

b. La fonction carré est décroissante sur $]0;+\infty[$ et $-\sqrt{2}-1<-\sqrt{2}+1<0$ donc $(-\sqrt{2}-1)^2>(-\sqrt{2}+1)^2$.

c. La fonction inverse est décroissante sur $]0;+\infty[$ et $\sqrt{3}<2$ donc $\frac{1}{\sqrt{3}}>\frac{1}{2}$.

d. La fonction inverse est décroissante sur $] -\infty;0]$ et $-1-\pi>-2-\pi$ donc $\frac{1}{-1-\pi}<\frac{1}{-2-\pi}$.