Chapitre 8 Probabilités

1. Modéliser à partir de fréquences observées

Rappels

La loi des grands nombres

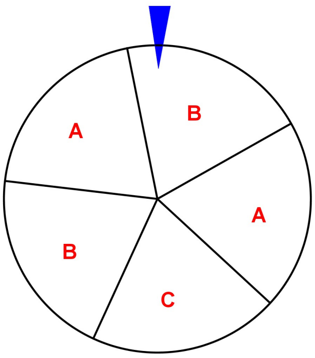
• Si l'on connaît, grâce par exemple à des considérations physiques, un modèle adapté à une expérience aléatoire, alors, quand on répète cette expérience un grand nombre de fois, les fréquences des issues se rapprochent des probabilités données par le modèle.

• À l'inverse, on peut choisir un modèle en répétant l'expérience aléatoire un grand nombre de fois, et en observant vers quels nombres les fréquences des issues se stabilisent.

• Les probabilités d'une expérience aléatoire sont dites **équiréparties**, lorsque toutes les issues ont la même chance d'être obtenues. Dans ce cas, s'il y a n issues, la probabilité de chaque issue est $\frac{1}{n}$.

• La somme des probabilités d'une expérience aléatoire est égale à 1.

1. On a fait tourner 10 000 fois la roue ci-dessous, découpée en cinq secteurs identiques contenant les lettres A, B et C.



On a obtenu le tableau ci-dessous qui indique la fréquence d'obtention de chaque lettre.

Issue	A	B	C
Fréquence	0,395	0,42	0,185

Pour chaque modélisation proposée, indiquer si elle semble adéquate.

Modélisation 1 :
Les probabilités sont équiréparties sur l'ensemble {A;B;C}.

Modélisation 2 :

Issue	A	B	C
Probabilité	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$

Modélisation 3 :

Issue	A	B	C
Probabilité	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{6}$

2. Associer des probabilités à des issues

Rappels

• Commencer par lister toutes les issues possibles de l'expérience aléatoire proposée.

• Associer à chaque issue la probabilité qui lui correspond.

• Penser à vérifier que la somme des probabilités données est égale à 1.

2. On lance une pièce équilibrée dont une face est colorée en rouge et l'autre en vert. On note la couleur de la face obtenue. Associer à l'issue de cette expérience aléatoire la probabilité correspondante. **3.** On lance un dé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note le numéro inscrit sur la face du dessus. Associer à l'issue de cette expérience aléatoire la probabilité correspondante. **4.** Un sac contient huit billes numérotées : 0, 0, 0, 2, 2, 5, 5, 10. On tire au hasard une bille de ce sac et on note son numéro. Associer à l'issue de cette expérience aléatoire la probabilité correspondante.	**5.** Voici la liste des membres d'une association suivant leur tranche d'âge.

Tranche d'âge	15 ans et moins	de 16 à 25 ans	de 26 à 45 ans	46 ans et plus
Nombre de membres	21	59	93	27

a. Combien y a-t-il de membres dans cette association ?

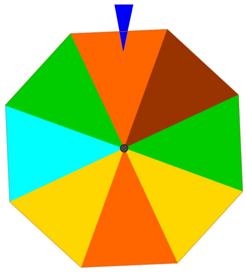
b. On choisit au hasard la fiche d'un membre et on note sa tranche d'âge. Associer à l'issue de cette expérience aléatoire la probabilité correspondante.

3. Définir l'événement contraire

Rappels

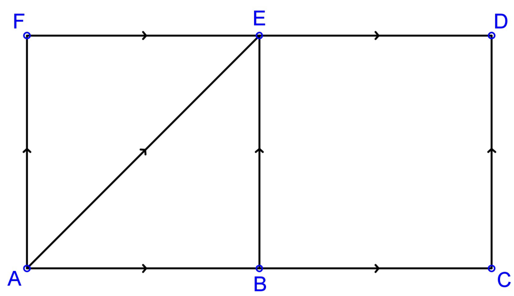
- L'**événement contraire** d'un événement A est l'événement noté $\overline{A}$, constitué de toutes les issues de l'univers qui ne sont pas dans A.
- On a l'égalité : $P(A)+P(\overline{A})=1$.

6. On fait tourner l'octogone régulier ci-dessous autour de son centre. On note la couleur du triangle indiqué par la flèche bleue.
A est l'événement « le triangle obtenu est vert ».



a. Décrire par une phrase l'événement $\overline{A}$.
b. Calculer $P(A)$, en déduire $P(\overline{A})$.

7. Un pion se déplace aléatoirement sur les points du quadrillage ci-dessous, dans les sens indiqués par les flèches. Le point de départ est le point A et le point d'arrivée est le point D.
E est l'événement « le pion est passé par le point E ».



a. Décrire par une phrase l'événement $\overline{E}$.
b. Calculer $P(\overline{E})$, en déduire $P(E)$.

4. Utiliser l'intersection et la réunion d'événements

Rappels

A et B sont deux événements d'un univers U.
* La **réunion** des événements A et B est l'événement, noté $A \cup B$, constitué des issues qui sont dans A ou dans B ; c'est à dire dans au moins l'un des deux.
* L'**intersection** des événements A et B est l'événement, noté $A \cap B$, constitué des issues qui sont dans A et dans B ; c'est à dire dans les deux à la fois.
* On a l'égalité : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

8. On dispose des cartes à jouer ci-contre. Après les avoir mélangées, on choisit au hasard une carte de ce jeu.
V est l'événement « la carte choisie est un valet » ; C est l'événement « la carte choisie est un coeur » .

a. Décrire par une phrase chacun des événements $V \cup C$ et $V \cap C$.
b. Déterminer $P(V)$, $P(C)$, puis $P(V \cap C)$.
En déduire $P(V \cup C)$.

Réponses aux exercices complémentaires

1. La modélisation 1 n'est pas adéquate car les fréquences indiquées dans le tableau ne semblent pas être égales.

La modélisation 2 convient puisque $\frac{2}{5}=0{,}4$, que $\frac{1}{5}=0{,}2$ et que $\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=1$.

La modélisation 3 ne convient pas puisque $\frac{3}{8}+\frac{4}{9}+\frac{1}{6}<1$, donc, il ne peut s'agir des probabilités de chacun des secteurs.

2. On indique ces résultats sous forme de tableau.

Issue	Rouge	Vert
Probabilité	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

3. On indique ces résultats sous forme de tableau.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

4. On indique ces résultats sous forme de tableau.

Issue	0	2	5	10
Probabilité	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$

5. a. 21+59+93+27=200. Cette association compte 200 membres.

b. On indique ces résultats sous forme de tableau.

Issue	15 ans et moins	de 16 à 25 ans	de 26 à 45 ans	46 ans et plus
Probabilité	$\frac{21}{200}$	$\frac{59}{200}$	$\frac{93}{200}$	$\frac{27}{200}$

6. a. $\overline{A}$ est l'événement « le triangle obtenu est orange, jaune, marron ou bleu », c'est à dire « le triangle obtenu n'est pas vert ».

b. $P(A)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$, donc $P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

7. a. $\overline{E}$ est l'événement « le pion est passé par le point C », c'est à dire « le pion n'est pas passé par le point E ».

b. $P(\overline{E})=\frac{1}{4}$, donc $P(E)=1-P(\overline{E})=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

8. a. $V \cup C$ est l'événement « la carte choisie est un valet ou un coeur ».
$V \cap C$ est l'événement « la carte choisie est le valet de coeur ».

b. $P(V)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$, $P(V)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$, $P(V \cap C)=\frac{1}{12}$.

Ainsi, $P(V \cup C)=P(V)+P(C)-P(V \cap C)=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}-\frac{1}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.