Nom : ________________________________ Classe : __________

# Chapitre 6 Parcours 1

## Comment transformer une expression à l'aide des propriétés algébriques de la fonction exponentielle ?

**Exemple :** $x$ désigne un nombre réel.

Écrire l'expression $\mathrm{A} = e^{3x} + 1 \times e^{x-4}$ avec une seule exponentielle.

On sait que pour tous nombres réels $x$ et $y$, $e^{x} \times e^{y} = e^{x+y}$.

Ainsi $\mathrm{A} = e^{3x} + 1 \times e^{x-4} = e^{(3x+1)+(x-4)} = e^{3x+1+x-4} = e^{4x-3}$.

**1** On rappelle que pour tous nombres réels $x$ et $y$ et pour tout nombre entier relatif $n$ :

$$\frac{e^{x}}{e^{y}} = e^{x-y} \text{ et } (e^{x})^{n} = e^{x \times n}.$$

Compléter les égalités par le nombre réel qui convient.

- $e^{7} \times e^{2} = e^{\cdots\cdots}$
- $\dfrac{e^{17}}{e^{6}} = e^{\cdots\cdots}$
- $(e^{8})^{2} = e^{\cdots\cdots}$
- $e^{6} \times e^{-4} = e^{\cdots\cdots}$
- $\dfrac{e^{4,5}}{e^{-2}} = e^{\cdots\cdots}$
- $(e^{-2,3})^{4} = e^{\cdots\cdots}$

**2** $x$ désigne un nombre réel.

Compléter les égalités par le nombre réel qui convient.

- $x^{4x} \times e^{x} = e^{\cdots\cdots x}$
- $\dfrac{e^{10x}}{e^{7x}} = e^{\cdots\cdots x}$
- $(e^{3x})^{2} = e^{\cdots\cdots x}$
- $e^{5x} \times e^{-1,5x} = e^{\cdots\cdots x}$
- $\dfrac{e^{4x}}{e^{-2x}} = e^{\cdots\cdots x}$
- $(e^{-1,2x})^{3} = e^{\cdots\cdots x}$

**3** $x$ désigne un nombre réel.

Justifier par un calcul chacun des résultats ci-dessous.

**a)** $e^{3x+1} \times e^{4x-7} = e^{7x-6}$.

..................................................................................................................................

**b)** $\dfrac{e^{8x-4}}{e^{3x+10}} = e^{5x-14}$.

..................................................................................................................................

**c)** $(e^{-2x+5})^{3} = e^{-6+15}$.

..................................................................................................................................

Nom : ______________________________ Classe : __________

**4** $x$ désigne un nombre réel.

Écrire chaque expression avec une seule exponentielle.

- $\mathrm{A} = e^{7{,}4x - 1} \times e^{x + 5{,}3}$.

........................................................................................................................................

- $\mathrm{B} = \frac{e^{e + 5{,}5}}{e^{2x - 3}}$.

........................................................................................................................................

- $\mathrm{C} = (e^{4x - 1})^2$.

........................................................................................................................................

**5** $x$ désigne un nombre réel.

Simplifier chaque expression.

- $\mathrm{A} = e^{x-8} \times e^{3x+3} \times e^{-11}$
- $\mathrm{B} = \frac{e^{x} \times e^{1 - x}}{e^{x + 9} \times e^{4x}}$
- $\mathrm{C} = \frac{e^{x} \times e^{1 - x}}{(e^{x + 1})^2}$

**6** $f$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (e^{x} + e^{-x})^2 - e^{2x}(1 - e^{-2x}) - \frac{1}{e^{2x}}$.

Démontrer que la fonction $f$ est constante sur $\mathbb{R}$.

Nom : ____________________ Classe : __________

# Chapitre 6 Parcours 2

## Comment étudier les variations d'une fonction où intervient une fonction exponentielle ?

**Exemple :** $f$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 10 - 8e^x$.
Déterminer le sens de variation de la fonction $f$.

On dérive la fonction $f$ : pour tout nombre réel $x$, $f'(x) = 0 - 8 \times e^x = -8e^x$.
On étudie le signe de $f'(x)$ : pour tout nombre réel $x$, $e^x > 0$ et $-8 < 0$ donc $f'(x) < 0$.
On en déduit que la fonction $f$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.

**1** $f$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3e^x - 1$.

**a)** Déterminer la fonction dérivée $f'$ de $f$.

.......................................................................................................................................

**b)** Étudier le signe de $f'(x)$.

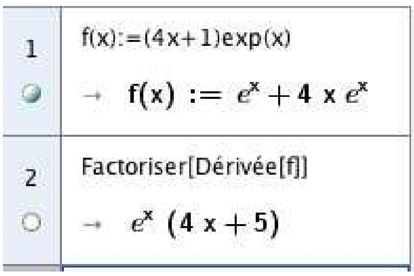
.......................................................................................................................................

.......................................................................................................................................

**c)** En déduire le sens de variation de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.

.......................................................................................................................................

**2** $f$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (4x + 1)e^x$.
On a obtenu à la ligne 2 avec un logiciel de calcul formel la fonction dérivée $f'$ de $f$.




**a)** Justifier que, pour tout nombre réel $x$, $f'(x)$ est du signe de $4x + 5$.

.......................................................................................................................................

.......................................................................................................................................

**b)** Compléter.
$f$ est décroissante sur l'intervalle ......................
et croissante sur l'intervalle ......................

| $x$ | $-\infty$ | $\cdots$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $\cdots$ | $0$ | $\cdots$ |

Nom : ______________________________ Classe : __________

**3** $f$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)e^x$.

**a)** Compléter.

$f$ est le produit de deux fonctions $u : x \mapsto$ ...................... $v : x \mapsto$ ...................... dérivables sur $\mathbb{R}$ donc $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout nombre réel $x$ :

$u(x) =$ ...................... $u'(x) =$ ......................

$v(x) =$ ...................... $v'(x) =$ ......................

$f'(x) =$ ............. $\times$ ............. $+$ ............. $\times$ ............. $=$ (................................)$e^x = (x+3)e^x$

**b)** Justifier que pour tout nombre réel $x$, $f'(x)$ est du signe de $x+3$.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**c)** Compléter le tableau de signes ci-contre et en déduire les variations de $f$ sur $\mathbb{R}$.

| $x$ | $-\infty$ | | $\cdots$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $\cdots$ | $0$ | $\cdots$ | |

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**4** $f$ est la fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$ par $f(x) = (7-3x)e^x$.

**a)** Justifier que pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[-2\,;2]$, $f'(x) = (4-3x)e^x$.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**b)** Étudier le signe de $f'(x)$.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**c)** En déduire les variations de $f$ sur l'intervalle $[-2\,;2]$.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

Nom : ______________________ Classe : __________

**5** Étudier les variation de la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 + 2x + 1)e^x$.

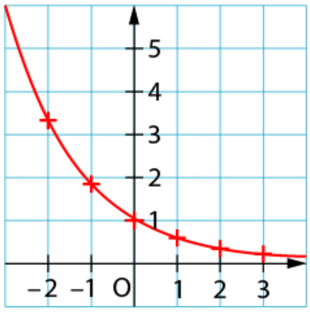
**6** Dresser le tableau de variations de la fonction $g$ définie sur l'intervalle $[0\,;4]$ par $g(x) = \frac{3x+1}{e^x}$.

Nom : ______________________________ Classe : __________

# Chapitre 6 Parcours 3

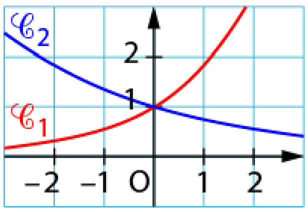
## Comment représenter graphiquement les fonctions $t \mapsto e^{-t}$ et $t \mapsto e^{t}$ ?

**Exemple :** Tracer dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[-3\,;4]$ par $f(t) = e^{-0{,}6t}$ (unité : 0,5 cm).




On connaît l'allure de la courbe représentative de la fonction $f$. En effet, pour tout nombre réel $t$, $f'(t) = -0{,}6e^{-0{,}6t}$. Or, pour tout nombre réel $t$, $e^{-0{,}6t} > 0$ et $-0{,}6 < 0$ donc $f'(t) < 0$ et $f$ est décroissante sur l'intervalle $[-3\,;4]$.

**1** Voici, dans un repère, les courbes représentatives des deux fonctions $f : t \mapsto e^{-0{,}3t}$ et $g : t \mapsto e^{0{,}6t}$ définies sur l'intervalle $[-3\,;3]$.




**a)** Compléter :

Pour tout nombre réel $t$ de l'intervalle $[-3\,;3]$,

$f'(t) =$ ...................... et $g'(t) =$ ......................

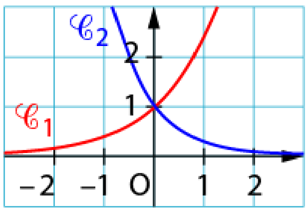
**b)** Déterminer le sens de variation des fonctions $f$ et $g$.

..............................................................................................................................

..............................................................................................................................

**c)** Associer chacune des fonctions à sa courbe représentative. ..........................................

**2** Voici, dans un repère, les courbes représentatives des deux fonctions $f : t \mapsto e^{0{,}9t}$ et $g : t \mapsto e^{-1{,}3t}$ définies sur l'intervalle $[-3\,;3]$. Associer chacune des fonctions à sa courbe représentative.




..............................................................................................................

**3** $f$ est la fonction définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$ par $f(t) = e^{0{,}4t}$.

**a)** Compléter :

Pour tout nombre réel $t$ de l'intervalle $[-4\,;4]$, $f'(t) =$ ......................

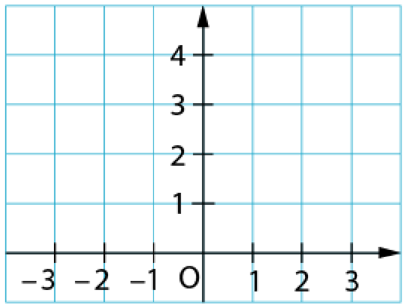
Nom : ______________________ Classe : __________

**b)** Justifier que la fonction $f$ est croissante sur l'intervalle $[-4\,;4]$.

....................................................................................................................................................

**c)** Compléter le tableau de valeurs. *Arrondir au dixième si besoin*.

| $t$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $0{,}2$ | | | | | | | | |




**d)** Tracer la courbe représentative de la fonction $f$ dans le repère ci-contre.

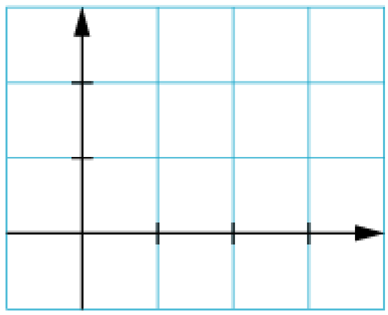
**4** $g$ est la fonction définie sur l'intervalle $[-1\,;4]$ par $g(x) = e^{-1{,}05x}$.

**a)** Déterminer le sens de variation de la fonction $g$.

....................................................................................................................................................

**b)** Compléter le tableau de valeurs. *Arrondir au dixième si besoin*.

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | | | | | |



**c)** Tracer dans un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction $g$ (unité : $1$ cm).

**5** Tracer, dans un repère orthonormé (unité : $1$ cm), la courbe représentative de la fonction $f : t \mapsto e^{0{,}65t}$ définie sur l'intervalle $[-3\,;2]$.

Nom : ____________________ Classe : __________

**6** Tracer, dans un repère orthonormé (unité : $1$ cm), la courbe représentative de la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[-1\,;2]$ par $f(x) = 0{,}13e^{-3x} - 1$.