Nom : ______________________ Classe : __________

Chapitre 2 Parcours 1

Comment calculer sur les puissances ?

Exemple : Écrire $\mathrm{P} = \frac{2^3 \times (2^6)^2}{2^4}$ à l'aide d'une seule puissance de 2.

- On utilise la formule $(a^n)^p = a^{n \times p}$ pour écrire $(2^6)^2 = 2^{6 \times 2} = 2^{12}$.
- On utilise la formule $a^n \times a^m = a^{n+m}$ pour écrire $2^3 \times 2^{12} = 2^{3+12} = 2^{15}$.
- On utilise la formule $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-m}$ pour écrire $\mathrm{P} = \frac{2^{15}}{2^4} = 2^{15-4} = 2^{11}$.

On divise 28 par chaque nombre entier $1, 2, 3$, ... et on note, par deux, les diviseurs obtenus.

Liste des diviseurs de 28 : **1** ; **2** ; **4** ; **7** ; **14** ; **28**

1 Dans chaque cas, compléter pour effectuer le calcul.

a) On souhaite écrire le nombre $\mathrm{B} = 2^8 \times 2^6$ à l'aide d'une seule puissance de 2.

On applique la formule $a^n \times a^m = a^{n+m}$ avec $a =$ ....., $n =$ ..... et $m =$ ......

On obtient $\mathrm{B} = 2^{\cdots + \cdots} = 2^{\cdots}$.

b) On souhaite écrire le nombre $\mathrm{C} = \frac{2^{10}}{2^7}$ à l'aide d'une seule puissance de 2.

On applique la formule $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-m}$ avec $a =$ ....., $n =$ ..... et $m =$ ......

On obtient $\mathrm{C} = 2^{\cdots - \cdots} = 2^{\cdots}$.

2 Dans chaque cas, compléter pour effectuer le calcul.

a) On souhaite écrire le nombre $\mathrm{B} = 3^9 \times 3^{-5}$ à l'aide d'une seule puissance de 3.

On applique la formule $a^n \times a^m = a^{n+m}$ avec $a =$ ....., $n =$ ..... et $m =$ ...... On obtient $\mathrm{B} = 3^{\cdots}$.

b) On souhaite écrire le nombre $\mathrm{C} = \frac{7^{-6}}{7^{-2}}$ à l'aide d'une seule puissance de 7. On applique la formule $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-m}$ avec $a =$ ....., $n =$ ..... et $m =$ ...... On obtient $\mathrm{C} = 7^{\cdots}$.

3 Compléter pour écrire chaque expression avec une seule puissance de 10.

- $\mathrm{A} = \frac{10^8 \times (10^5)^2}{10^4} = \frac{10^8 \times 10^{\cdots}}{10^4} = \frac{10^{\cdots}}{10^4} = 10^{\cdots} \times 10^{\cdots} = 10^{14}$

Nom : ______________________ Classe : __________

- $\mathrm{B} = \dfrac{10^{-6}}{10^4 \times (10^5)^2} = \dfrac{10^{-6}}{10^4 \times 10^{\cdots}} = \dfrac{10^{-6}}{10^{\cdots}} = 10^{\cdots} \times 10^{\cdots} = 10^{-20}$

4 Compléter pour écrire chaque expression avec une seule puissance de 2.

- $\mathrm{A} = \dfrac{\left(2^8\right)^4 \times 2^3}{2^{-7}} = \dfrac{2^{\cdots} \times 2^3}{2^{-7}} = \dfrac{2^{\cdots}}{2^{-7}} = 2^{\cdots} \times 2^{\cdots} = 2^{42}$

- $\mathrm{B} = \dfrac{2^{14}}{2^{-12} \times (2^6)^3} = \dfrac{2^{14}}{2^{-12} \times 2^{\cdots}} = \dfrac{2^{14}}{2^{\cdots}} = 2^{\cdots} \times 2^{\cdots} = 2^8$

5 Écrire $\mathrm{N} = \dfrac{10^{-8} \times \left(10^4\right)^{-3}}{10^{20}}$ avec une seule puissance de 10.

Les calculs peuvent être vérifiés à l'aide d'une calculatrice.

6 Écrire $\mathrm{M} = \dfrac{5^{-3}}{5^7 \times (5^{11})^3}$ avec une seule puissance de 5.

Les calculs peuvent être vérifiés à l'aide d'une calculatrice.

Nom : ______________________________ Classe : __________

Chapitre 2 Parcours 2

Comment calculer avec des racines carrées ?

Exemple : Écrire $\sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a nombre entier naturel.

- On écrit 75 sous la forme $b^2 \times c$ avec b et c nombres entiers naturels, b le plus grand possible : $75 = 25 \times 3 = 5^2 \times 3$.
- On utilise la formule $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ pour écrire $\sqrt{75} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{3}$.
- On utilise la formule $\sqrt{a^2} = a \ (a \geq 0)$ pour écrire $\sqrt{75} = 5 \times \sqrt{3}$.

1 Dans chaque cas, compléter pour écrire $\sqrt{8}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{50}$ et $\sqrt{98}$ sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a nombre entier naturel.

a) $8 = \ldots^2 \times 2$ donc $\sqrt{8} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{2} =$ ....

b) $18 = \ldots^2 \times 2$ donc $\sqrt{18} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{2} =$ ....

c) $50 = \ldots^2 \times 2$ donc $\sqrt{50} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{2} =$ ....

d) $98 = \ldots^2 \times 2$ donc $\sqrt{98} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{2} =$ ....

2 Dans chaque cas, compléter pour écrire la racine carrée sous la forme $a\sqrt{3}$, $a\sqrt{5}$ ou $a\sqrt{7}$ avec a nombre entier naturel.

a) $12 = \ldots^2 \times 3$ donc $\sqrt{12} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{3} =$ ....

b) $20 = \ldots^2 \times 5$ donc $\sqrt{20} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{5} =$ ....

c) $27 = \ldots^2 \times 3$ donc $\sqrt{27} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{3} =$ ....

d) $28 = \ldots^2 \times 7$ donc $\sqrt{28} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{7} =$ ....

3 Compléter pour écrire le nombre $\mathrm{A} = 8\sqrt{75} + \sqrt{300}$ sous la forme $k\sqrt{3}$ avec k nombre entier naturel.

- $75 = \ldots^2 \times 3$ donc $\sqrt{75} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{3} = \ldots\sqrt{3}$.
- $300 = \ldots^2 \times 3$ donc $\sqrt{300} = \sqrt{\ldots^2} \times \sqrt{3} = \ldots\sqrt{3}$.
- On en déduit que : $\mathrm{A} = 8\sqrt{75} + \sqrt{300} = 8 \times \ldots\sqrt{3} + \ldots\sqrt{3} = \ldots\sqrt{3}$.

Nom : ______________________________ Classe : __________

4 Compléter pour écrire le nombre $\mathrm{B} = 5\sqrt{24} + \sqrt{600}$ sous la forme $k\sqrt{6}$ avec k nombre entier naturel.

- $24 = \ldots.^2 \times 6$ donc $\sqrt{24} = \sqrt{\ldots..^2} \times \sqrt{6} = \ldots.\sqrt{6}$.
- $600 = \ldots.^2 \times 6$ donc $\sqrt{600} = \sqrt{\ldots..^2} \times \sqrt{6} = \ldots.\sqrt{6}$.
- On en déduit que : $\mathrm{B} = 5\sqrt{24} + \sqrt{600} = 5 \times \ldots\ldots\sqrt{6} + \ldots\ldots\sqrt{6} = \ldots\ldots\sqrt{6}$.

5 Écrire le nombre $\mathrm{C} = 4\sqrt{125} + \sqrt{500}$ sous la forme $k\sqrt{n}$ avec k et n nombres entiers naturels.

6 Écrire le nombre $\mathrm{D} = 2\sqrt{490} + \sqrt{360}$ sous la forme $k\sqrt{n}$ avec k et n nombres entiers naturels.

7 Écrire plus simplement le nombre $\mathrm{E} = 5\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{72}$.

Nom : ______________________________ Classe : __________

Chapitre 2 Parcours 3

Comment développer avec les identités remarquables ?

Exemples :

- Développer $(3x + 2)^2$.

Pour cela, on emploie l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 2$. Ainsi, $(3x + 2)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$.

- Développer $(4x - 5)^2$.

Pour cela, on emploie l'identité remarquable$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 5$. Ainsi, $(4x - 5)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 5 + 5^2 = 16x^2 - 40x + 25$.

1 Compléter.

a) Pour développer $(x + 8)^2$, on emploie l'identité remarquable $(a \dots b)^2 = a^2 \dots 2ab + b^2$ avec $a = \dots.$ et $b = \dots..$ Ainsi, $(x + 8)^2 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots x^2 + \dots x + \dots$.

b) Pour développer $(2x - 3)^2$, on emploie l'identité remarquable $(a \dots b)^2 = a^2 \dots 2ab + b^2$ avec $a = \dots.$ et $b = \dots..$ Ainsi, $(2x - 3)^2 = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 =$ ....

2 Compléter.

a) Pour développer $(3 + 2x)^2$, on emploie l'identité remarquable $(a \dots b)^2 = a^2 \dots 2ab + b^2$ avec $a = \dots.$ et $b = \dots..$ Ainsi, $(3 + 2x)^2 = \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 =$ ....

b) Pour développer $(1 - 4x)^2$, on emploie l'identité remarquable $(a \dots b)^2 = a^2 \dots 2ab + b^2$ avec $a = \dots.$ et $b = \dots..$ Ainsi, $(1 - 4x)^2 = \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 =$ ....

3 Compléter le tableau en se basant sur l'exemple de la première ligne.

Forme factorisée	Formule à employer *(rayer la mention inutile)*	$a =$	$b =$	Forme développée *(rayer la mention inutile)*
$(5x + 4)^2$	• $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ • $\cancel{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$	$5x$	4	• $25x^2 + 40^x + 16$ •
$(10x + 3)^2$	• $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ • $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$			• $100x^2 + 30x + 9$ • $100x^2 + 60x + 9$
$(4x - 2)^2$	• $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ • $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$			• $16x^2 - 16x + 4$ • $16x^2 + 16x - 4$
$(-2x + 1)^2$	• $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ • $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$			• $4x^2 - 4x + 1$ • $-4x^2 + 4x + 1$

Nom : ______________________________ Classe : __________

4 Compléter le tableau en se basant sur l'exemple de l'exercice 3.

Forme factorisée	**Formule** *(rayer la mention inutile)*	$a =$	$b =$	**Forme développée** *(rayer la mention inutile)*
$(8x-2)^2$	• $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ • $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$			• $64x^2+32x+4$ • $64x^2-32x+4$
$(7x+1)^2$	• $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ • $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$			• $7x^2+14x+1$ • $49x^2+14x+1$
$(3-5x)^2$	• $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ • $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$			• $25x^2-30x+9$ • $-25x^2+30x+9$
$(-3x+2)^2$	• $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ • $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$			• $-9x^2+12x+4$ • $9x^2-12x+4$

5 Développer chaque expression à l'aide de l'identité remarquable qui convient.

a) $(3x+5)^2$ **b)** $(3x-2)^2$ **c)** $(2-10x)^2$ **d)** $(-x-3)^2$

6 Développer chaque expression à l'aide de l'identité remarquable qui convient.

a) $(4x+10)^2$ **b)** $(11x-1)^2$ **c)** $(1-9x)^2$ **d)** $(-2x-5)^2$

Nom : ______________________________ Classe : __________

Chapitre 2 Parcours 4

Comment factoriser avec les identités remarquables ?

Exemples :

- Factoriser $\mathrm{A} = 4x^2 + 12x + 9$.

On remarque que A est de la forme $a^2 + 2ab + b^2$: $\mathrm{A} = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$.

A se factorise donc sous la forme $(a+b)^2$: $\mathrm{A} = (2x+3)^2$.

- Factoriser $\mathrm{B} = 9x^2 - 6x + 1$.

On remarque que B est de la forme $a^2 - 2ab + b^2$: $\mathrm{B} = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2$.

B se factorise donc sous la forme $(a-b)^2$: $\mathrm{B} = (3x-1)^2$.

- Factoriser $\mathrm{C} = 25x^2 - 9$.

On remarque que C est de la forme $a^2 - b^2$: $\mathrm{C} = (5x)^2 - 3^2$.

C se factorise donc sous la forme $(a-b)(a+b)$: $\mathrm{C} = (5x-3)(5x+3)$.

1 Compléter.

a) Pour factoriser $4x^2 + 40x + 100$, on remarque que $4x^2 = a^2$ et que $100 = b^2$ avec $a =$ ...... et $b =$ .... On vérifie le double produit : $2ab = 2 \times$ ... $\times$ ... $= \ldots\ldots x$.
On utilise donc l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots)^2$ et on obtient :
$4x^2 + 40x + 100 = (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)^2$.

b) Pour factoriser $16x^2 - 9$, on remarque que $16x^2 = a^2$ et que $9 = b^2$ avec $a =$ ...... et $b =$ .... On utilise alors l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ et on obtient :
$16x^2 - 9 = (\ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)$.

2 Compléter.

a) Pour factoriser $36x^2 - 24x + 4$, on remarque que $36x^2 = a^2$ et que $4 = b^2$ avec $a =$ ...... et $b =$ .... On vérifie le double produit : $2ab = 2 \times$ ... $\times$ ... $= \ldots\ldots x$.
On utilise donc l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots)^2$ et on obtient :
$36x^2 - 24x + 4 = (\ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots)^2$.

b) Pour factoriser $4x^2 - 25$, on remarque que $4x^2 = a^2$ et que $25 = b^2$ avec $a =$ ...... et $b =$ .... On utilise alors l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (\ldots - \ldots)(\ldots + \ldots)$ et on obtient :
$4x^2 - 25 = (\ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)$.

Nom : ______________________________ Classe : __________

3

Compléter le tableau en se basant sur l'exemple de la première ligne.

Forme développée	Formule à employer *(rayer la mention inutile)*	$a =$	$b =$	Forme factorisée *(rayer la mention inutile)*
$4x^2 + 8x + 4$	• $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ • $\cancel{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}$	$2x$	2	• $(2x + 2)^2$ •
$100x^2 - 80x + 16$	• $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ • $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$			• $(10x - 4)^2$ • $(10x - 4)(10x + 4)$
$4x^2 - 9$	• $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ • $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$			• $(2x - 3)(2x + 3)$ • $(2x - 3)^2$

4

Compléter le tableau en se basant sur l'exemple de l'exercice 3.

Forme développée	Formule à employer *(rayer la mention inutile)*	$a =$	$b =$	Forme factorisée *(rayer la mention inutile)*
$81x^2 - 54x + 9$	• $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ • $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$			• $(9x - 3)^2$ • $(3x - 9)^2$
$10\,000 - 16x^2$	• $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ • $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$			• $(100 - 4x)(100 + 4x)$ • $(100 - 4x)^2$
$49x^2 + 14x + 1$	• $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ • $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$			• $(7x + 1)^2$ • $(49x + 1)^2$

5

Factoriser chaque expression à l'aide de l'identité remarquable qui convient.

a) $9x^2 + 30x + 25$ **b)** $25x^2 - 30x + 9$ **c)** $144x^2 - 49$

6

Factoriser chaque expression à l'aide de l'identité remarquable qui convient.

a) $9 + 30x + 25x^2$ **b)** $121 - 22x + x^2$ **c)** $400 - 169x^2$